въ научната статистическа литература, кѫдето въ скрита и завуалирана форма срѣщаме нашия варненския дъждъ и американскитѣ портокали. Ние още веднажъ препорѫчваме максимална предпазливость при изчислението и особенно при логическото тълкуване на частичнитѣ коефициенти на корелацията.

Връщаме се сега къмъ формула [18] или [24]. Ние знаемъ, че въ нея значенията на стандартнитѣ отклонения и на коефициентитѣ b сѫ априорни, т. е. въ повечето случаи не могатъ да бѫдатъ точно опредѣлени. Обикновено, ние можемъ да намѣримъ за тѣхъ само емпирични, приближени значения. Така, въ формула [17c] ние замѣстваме математическитѣ очаквания на членоветѣ на реда съ аритметичнитѣ срѣдни на тѣхнитѣ значения; вмѣсто априорнитѣ коефициенти на корелацията, ние поставяме емпиричнитѣ такива, изчислени по формула [1]; вмѣсто априорнитѣ стандартни отклонения — емпиричнитѣ, изчислени по формула [2] (съ поправката за (N—1) или безъ нея) и т. н.

Не ни сѫ известни и истинскитѣ стойности на величинитѣ e. Явява се въпросъ, дали ние можемъ да опредѣлимъ степеньта на приближението, постигнато съ формула [24], т. е. дали можемъ да си дадемъ смѣтка за това, доколко връзката между отклоненията на $x^{(0)}$ и отклоненията на останалитѣ редове отъ математическитѣ имъ очаквания се замъглява отъ влиянието на остатъчния членъ e. Последниятъ, както знаемъ, представлява отъ себе си не само съвокупностьта на страничнитѣ, не взети подъ внимание, влияния, но отразява и неточноститѣ, допуснати при намирането вида и константитѣ на самата формула [24].

Ако въведемъ обозначението

$$\bar{x}_i = b_{01}\, x_i^{(1)} + b_{02}\, x_i^{(2)} + b_{03}\, x_i^{(3)} + \ldots + b_{0n}\, x_i^{(n)} \quad [34]$$

равенство [18] може да приеме следния видъ:

$$x_i^{(0)} = \bar{x}_i + e_i; \quad \text{или} \quad \bar{x}_i = x_i^{(0)} - e_i \quad [35]$$

Оттукъ следва, че на поставения въпросъ може да се отговори, на първо мѣсто, съ помощьта на обикновения коефициентъ на корелацията между реда $\bar{x}_i$ и реда $x_i^{(0)}$. Преминавайки къмъ *символиката на първата часть* на настоящата статия (глед. стр. 257 и следнитѣ), ние забелязваме, че $\bar{x}_i$ играе ролята на иксъ, а $x_i^{(0)}$ — ролята на игрекъ, че ξ_i съвпада съ $\bar{x}_i$ и че коефициентътъ „b" е въ нашия случай равенъ на единица.

Да наречемъ коефициента на корелацията между $x_i^{(0)}$ и $\bar{x}_i$ *априоренъ множественъ коефициентъ на корелацията* и го означимъ съ символъ $r_{0 \cdot 1234 \ldots n}$.

Понеже $x_i^{(0)}$ и $\bar{x}_i$ сѫ отклонения отъ своитѣ математически очаквания, ние можемъ да напишемъ:

$$\left.\begin{aligned} r_{0 \cdot 1234 \ldots n} &= \frac{E\left\{x_i^{(0)}\left(x_i^{(0)} - e_i\right)\right\}}{\sqrt{E\left\{x_i^{(0)}\right\}^2 . E\left\{x_i^{(0)} - e_i\right\}^2}} = \\ &= \frac{\sigma_0^2 - E\left(x_i^{(0)} e_i\right)}{\sqrt{\sigma_0^2\left[\sigma_0^2 + \sigma e^2 - 2E\left(x_i^{(0)} . l_i\right)\right]}}, \end{aligned}\right\} \quad [36]$$

дето σ_e означава стандартното отклонение на величината e.

Като умножимъ равенство [24] почленно съ $x_i^{(0)}$ и преминемъ къмъ математическитѣ очаквания, ще забележимъ, че

$$E\, x_i^{(j)}\, x_i^{(k)} = \sigma_j\, \sigma_k\, r_{jk} \quad [36a].$$

За всички цѣли и положителни j и k, освенъ случая $j = k$, намираме:

$$E\left(x_i^{(0)} e_i\right) = \sigma_0^2\left(1 - \beta_{01} r_{01} - \beta_{02} r_{02} - - \beta_{03} r_{03} - \ldots - \beta_{0n} r_{0n}\right). \quad [37]$$

По сѫщия начинъ, като оставимъ въ дѣсната часть на уравнение [24] само e_i, пренесемъ останалитѣ членове въ лѣвата часть, въздигнемъ двѣтѣ части въ квадратъ и преминемъ къмъ математическитѣ очаквания, намираме:

$$\sigma_e^2 = \sigma_0^2\left(1 + \beta_{01}^2 + \beta_{02}^2 + \ldots + \beta_{0n}^2 - 2\beta_{01} r_{01} - - 2\beta_{02} r_{02} - \ldots - 2\beta_{0n} r_{0n} + 2\beta_{01}\beta_{02} r_{12} + 2\beta_{01}\beta_{03} r_{13} + + \ldots + 2\beta_{01}\beta_{0n} r_{1n} + \ldots + 2\beta_{0(n-1)}\beta_{0n} r_{(n-1)n}\right) \quad [38]$$

Уравнение [36] приема сега, слѣдъ нѣкои съкращения, следния окончателенъ видъ:

$$r_{0 \cdot 123 \ldots n} = \frac{\beta_{01} r_{01} + \beta_{02} r_{02} + \beta_{03} r_{03} + \ldots + \beta_{0n} r_{0n}}{\sqrt{\begin{aligned} &\beta_{01}^2 + \beta_{02}^2 + \beta_{03}^2 + \ldots + \\ &+ \beta_{0n}^2 + 2\beta_{01}\beta_{02} r_{12} + 2\beta_{01}\beta_{03} r_{13} + \\ &+ \ldots + 2\beta_{01}\beta_{0n} r_{1n} + \ldots + \\ &+ 2\beta_{0(n-1)}\beta_{0n} r_{(n-1)n} \end{aligned}}} \quad [39]$$

(Да се обърне внимание върху голѣмата близость на знаменателя съ формулата за квадрата на многочлена $\beta_{01} + \beta_{02} + \beta_{03} + \ldots + \beta_{0n}$: разликата е само въ наличностьта на коефициентитѣ на корелацията при удвоенитѣ произведения. Законътъ, по който сѫ наредени индекситѣ на тѣзи коефициенти лесно се долавя).

Да отидемъ сега по-нататъкъ. Съгласно изложеното въ първата часть на настоящата статия, сравнително най-рационална мѣрка за интензивностьта на връзката между две промѣнливи е коефициентътъ H (гл. форм. 10 и 12). Понеже при мѣрене интензивностьта на връзката между $\bar{X}_i$ и $X_i^{(0)}$, както видѣхме погоре, $\xi_i = \bar{X}_i$ и $\psi = X_i^{(0)}$, то, $q_i = 1$ и ние имаме:

$$H = \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_0} \quad [40].$$

Тукъ $\bar{\sigma}$ означава стандартното отклонение на величината $\bar{X}_i$. Тази величина се намира лесно отъ формула [34], ако повдигнемъ двѣтѣ страни на равенството въ квадратъ и опредѣлимъ математическитѣ имъ очаквания:

$$\left.\begin{aligned} &\bar{\sigma}^2 = \sigma_0^2\left(\beta_{01}^2 + \beta_{02}^2 + \ldots + \beta_{0n}^2 + \right. \\ &+ 2\beta_{01}\beta_{02} r_{12} + 2\beta_{01}\beta_{03} r_{13} + . + 2\beta_{01} . \\ &\left.\beta_{0n} r_{1n} + \ldots + 2\beta_{0(n-1)}\beta_{0n} r_{(n-1))n}\right) \end{aligned}\right\} \quad [41]$$

Внасяме това значение въ формула [40] и получаваме:

$$H = \sqrt{\begin{aligned} &\beta_{01}^2 + \beta_{02}^2 + \ldots + \beta_{0n}^2 + 2\beta_{01}\beta_{02} r_{12} \\ &+ 2\beta_{01}\beta_{03} r_{13} + \ldots + 2\beta_{01}\beta_{0n} . r_{1n} \\ &+ \ldots + 2\beta_{0(n-1)}\beta_{0n} r_{(n-1)n} . \end{aligned}} \quad [42]$$