

отхвърляме въ нея всички цифри на дъсно отъ точката въ индекситѣ на  $\beta$ ):

$$\begin{cases} \gamma_{01} - \beta_{01} - \beta_{02} \gamma_{12} - \beta_{03} \gamma_{13} - \dots - \beta_{0n} \gamma_{1n} = 0 \\ \gamma_{02} - \beta_{01} \gamma_{12} - \beta_{02} - \beta_{03} \gamma_{23} - \dots - \beta_{0n} \gamma_{2n} = 0 \\ \gamma_{03} - \beta_{01} \gamma_{13} - \beta_{02} \gamma_{23} - \beta_{03} - \dots - \beta_{0n} \gamma_{3n} = 0 \\ \dots \\ \gamma_{0n} - \beta_{01} \gamma_{1n} - \beta_{02} \gamma_{2n} - \beta_{03} \gamma_{3n} - \dots - \beta_{0n} = 0 \end{cases} \quad [21]$$

Коефициентитѣ  $\gamma$  сж априорни коефициенти на корелацията. Тѣхнитѣ индекси посочватъ нумерата на редоветѣ, за които се отнасятъ. Така, напримѣръ,  $\gamma_{01}$  е коефициента на корелацията за редоветѣ № 0 и № 1;  $\gamma_{12}$  е коефициента на корелацията за редоветѣ № 1 и № 2 и т. н.

Съ система [21] си служимъ по следния начинъ.

Ако въ дъсната часть на уравнение [18] стои само една промѣнлива  $x_1^{(1)}$  съ своя коефициентъ  $b_{01}$ , сжществуватъ само едно единичко  $\beta_{01}$  и едно единичко  $\gamma_{01}$ . Всички останали коефициенти на система [21] се обръщатъ на нули и ние имаме:

$$\gamma_{01} - \beta_{01} = 0; \text{ а оттукъ } \beta_{01} = \gamma_{01}.$$

Ако уравнение [18] има видъ:

$x_1^{(0)} = b_{01} x_1^{(1)} + b_{02} x_1^{(2)} + e_i$ , тогава оставатъ реални само коефициентитѣ  $\gamma_{01}$ ,  $\gamma_{02}$  и  $\gamma_{12}$ . Всички останали ставатъ нули и ние имаме две уравнения:

$$\begin{cases} \gamma_{01} - \beta_{01.2} - \beta_{02.1} \gamma_{12} = 0 \\ \gamma_{02} - \beta_{01.2} \gamma_{12} - \beta_{02.1} = 0 \end{cases}$$

Оттукъ получаваме:

$$\beta_{01.2} = \frac{\gamma_{01} - \gamma_{02} \gamma_{12}}{1 - \gamma_{12}^2} \text{ и } \beta_{02.1} = \frac{\gamma_{02} - \gamma_{01} \gamma_{12}}{1 - \gamma_{12}^2} \quad [22]$$

Ако уравнение [18] има видъ

$x_1^{(0)} = b_{01} x_1^{(1)} + b_{02} x_1^{(2)} + b_{03} x_1^{(3)} + e_i$ , тогава коефициентитѣ  $\beta_{01.23}$ ,  $\beta_{02.13}$ ,  $\beta_{03.12}$  се намиратъ отъ следната система отъ 3 уравнения:

$$\begin{cases} \gamma_{01} - \beta_{01.23} - \beta_{02.13} \gamma_{12} - \beta_{03.12} \gamma_{13} = 0 \\ \gamma_{02} - \beta_{01.23} \gamma_{12} - \beta_{02.13} - \beta_{03.12} \gamma_{23} = 0 \\ \gamma_{03} - \beta_{01.23} \gamma_{13} - \beta_{02.13} \gamma_{23} - \beta_{03.12} = 0 \end{cases} \text{ и т. н.}$$

Съ помощъта на детерминантитѣ може лесно да се даде общото решение на система [21]. На практика, обаче, по-удобно е да се изчисляватъ коефициентитѣ  $\beta$ , преминавайки отъ случай съ 3 промѣнливи къмъ случай съ 4 промѣнливи; отъ 4 промѣнливи къмъ 5 и т. н. Формулитѣ запазватъ, при това, една и сжща структура: за произволнитѣ редове №№  $i, k, l, m$  и т. н. имаме:

$$\begin{aligned} \beta_{ik.l} &= \frac{\gamma_{ik} - \gamma_{il} \gamma_{lk}}{1 - \gamma_{ik} \gamma_{kl}} \quad (\text{при това } \gamma_{ik} = \gamma_{ki}) \quad [23] \\ \beta_{ik.lm} &= \frac{\beta_{ik.m} - \beta_{il.m} \beta_{lk.m}}{1 - \beta_{ik.m} \beta_{kl.m}} = \frac{\beta_{ik.l} - \beta_{il.l} \beta_{lk.l}}{1 - \beta_{kl.l} \beta_{lk.l}} \end{aligned}$$

(Тукъ  $\beta_{ik.m}$  не е вече равно на  $\beta_{kl.m}$  и  $\beta_{mk.l}$  не е равно на  $\beta_{km.l}$ ).

$\beta_{ik.lmn}$  се конституира отъ  $\beta_{ik.lm}$  по сжщия начинъ, както  $\beta_{ik.lm}$  е построено отъ  $\beta_{ik.l}$  и т. н.

Въ по-нататъшното си изложение ние ще отхвърляме всичкитѣ цифри на дъсно отъ точката въ индекситѣ на  $\beta$ , когато въ тѣхъ би трѣбвало да влѣзатъ нумерата на всички  $n$  реда на система [14]. Вмѣсто  $\beta_{01.234} \dots \dots n$ , ще пишешъ само  $\beta_{01}$ , вмѣсто  $\beta_{01.1234} \dots \dots n$  — само  $\beta_{01}$  и т. н.

Уравнение [18], следъ като поставиме въ него значение [20], приема следния видъ:

$$x_1^{(0)} = \frac{\sigma_0}{\sigma_1} \beta_{01} x_1^{(1)} + \frac{\sigma_0}{\sigma_2} \beta_{02} x_1^{(2)} + \dots + \frac{\sigma_0}{\sigma_n} \beta_{0n} x_1^{(n)} + e_i \quad [24]$$

или, което е едно и сжщо:

$$\frac{x_1^{(0)}}{\sigma_0} = \beta_{01} \frac{x_1^{(1)}}{\sigma_1} + \beta_{02} \frac{x_1^{(2)}}{\sigma_2} + \dots + \beta_{0n} \frac{x_1^{(n)}}{\sigma_n} + \frac{e_i}{\sigma_0} \quad [25]$$

Сега можемъ да си зададемъ въпроса: какъ да се прецени въ система [14] интензивността на връзката между членоветѣ на нулевия редъ, отъ една страна, и членоветѣ на нѣкой другъ,  $j$ -овия редъ, отъ друга страна, доколкото тази връзка може да се установи въз основа на системата равенства отъ типъ [18], т. е. доколкото тази връзка не зависи отъ връзката между  $j$ -ия редъ и другитѣ редове, сжщо така вляжущи на реда № 0.

Отъ [16] имаме

$$X_1^{(0)} = b_{01} X_1^{(1)} + b_{02} X_1^{(2)} + b_{03} X_1^{(3)} + \dots + b_{0j} X_1^{(j)} + b_{0n} X_1^{(n)} + E_i \quad [26]$$

Горниятъ въпросъ математически може да се формулира, както следва: какви значения биха имали членоветѣ на нулевия редъ, ако всички членове на система [14], освенъ редътъ №  $j$ , биха запазвали голѣмината си постоянна въ течение на всички  $N$  наблюдения, т. е. ако за всѣко  $i$

$$b_{01} X_1^{(1)} + b_{02} X_1^{(2)} + \dots + b_{0(j-1)} X_1^{(j-1)} + b_{0(j+1)} X_1^{(j+1)} + \dots + b_{0n} X_1^{(n)} = C = \text{Const.}$$

Тогава бихме имали:

$$X_1^{(0)} = b_{0j} X_1^{(j)} + E_i + C.$$

Като извадимъ отъ този изразъ математическитѣ очаквания на дветѣ части на уравнението и като знаемъ, че математическото очакване на една постоянна величина е равно на самата нея, ще получимъ:

$$X_1^{(0)} - EX^{(0)} = b_{0j} (X_1^{(j)} - EX^{(j)}) + (E_i - EE) + (C - C);$$

или окончателно

$$x_1^{(0)} = b_{0j} x_1^{(j)} + e_i \quad [27].$$

(Да се има предъ видъ, че стандартнитѣ отклонения на величинитѣ  $x_1^{(0)}$  и  $e_i$  въ уравнение [27] не сж сжщитѣ, както въ уравнение [18]).

Отъ друга страна, разсжждавайки чисто математически, ние бихме могли да изведемъ въ система [14] на първото мѣсто реда №  $j$ ,