



Дисперсията на процеса може да се разложи като:

$$\begin{aligned}\sigma_y^2 &= \sigma^2(\phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \varepsilon_t) = \\ &= \sigma^2(\phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2}) + \sigma^2(\varepsilon_t),\end{aligned}$$

където:

$\sigma_g^2 = \sigma^2(\phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2})$  е систематичната дисперсия;

$\sigma_\varepsilon^2 = \sigma^2(\varepsilon_t)$  - случайната дисперсия.

Дисперсията на процеса се получава по формулата<sup>4</sup>:

$$\sigma_y^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \phi_1 \rho_1 - \phi_2 \rho_2},$$

където:

$\rho_2$  е коефициентът на автокорелация от втори порядък.

$$\sigma_g^2 = \sigma_y^2 - \sigma_\varepsilon^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2(1 - \rho_1^2)}{(1 - \rho_2)(1 + \rho_2 - 2\rho_1^2)} - \sigma_\varepsilon^2 = \sigma_\varepsilon^2 \left[ \frac{(1 - \rho_1^2) - (1 - \rho_2)(1 + \rho_2 - 2\rho_1^2)}{(1 - \rho_2)(1 + \rho_2 - 2\rho_1^2)} \right].$$

Коефициентът на автодетерминация в този случай е:

$$AUD = \frac{\sigma_g^2}{\sigma_y^2} = \frac{\sigma_\varepsilon^2(1 - \rho_1^2)}{(1 - \rho_2)(1 + \rho_2 - 2\rho_1^2)} : \sigma_\varepsilon^2 \left[ \frac{(1 - \rho_1^2) - (1 - \rho_2)(1 + \rho_2 - 2\rho_1^2)}{(1 - \rho_2)(1 + \rho_2 - 2\rho_1^2)} \right],$$

или след преработка:

$$AUD = \frac{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1^2 \rho_2}{1 - \rho_1^2}.$$

### Авторегресионен модел от порядък $p$

Нека разгледаме динамичен процес  $y_p$  породен от авторегресионен модел от порядък  $p$ :

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t,$$

където:

$\phi_j$  са авторегресионните коефициенти.

Тъй като между авторегресионните и автокорелационните коефициенти съществуват определени зависимости, може да се извърши заместването:

$$\phi_1 = \frac{\rho_1(1 - \rho_2)}{1 - \rho_1^2}$$

и

$$\phi_2 = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2},$$

в резултат на което дисперсията на процеса се представя само на основата на автокорелационните коефициенти:

$$\sigma_y^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2(1 - \rho_1^2)}{(1 - \rho_2)(1 + \rho_2 - 2\rho_1^2)}.$$

Систематичната дисперсия може да се получи като:

За да бъде процесът стационарен, е необходимо корените на уравнението:

$$1 - \phi_1 x - \phi_2 x^2 - \dots - \phi_p x^p = 0$$

да са по-големи от единица по абсолютна стойност.

<sup>4</sup> За да не се утежнява изложението, пропускам извеждането на резултата. За повече подробности вж. Бокс и Дженкинс (Box, Jenkins, Reinsel, 1994, p. 62).