

Матрицата С с размерност  $N \times 4N$  има следния вид:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

и се използва за сумиране на тримесечните данни.

Разгледаният метод води като цяло до много приемливи и надеждни резултати, но има следната особеност: когато се прави интерполяция на непрекъснато нарастваща тенденция, не се получава непрекъснато нарастваща права линия, а линия, която има по-голям наклон за първата и последната година. Във връзка с това Boot, Feibes и Lisman предлагат и алтернативен критерий, който се състои в минимизиране на сумата от квадратите на вторите разлики:

$$\sum_{j=2}^{4N} (\Delta X_j - \Delta X_{j-1})^2 = \min, \text{ където } \Delta X_j = X_j - X_{j-1}, \quad (9)$$

като се спазват същите N ограничителни условия, посочени в (4).

Единствената разлика между двата метода се състои в това, че матрицата B е заменена с матрицата D, която има следния вид:

$$D = 2 A_{(N)}^T A_{(N-1)}^T A_{(N-1)} A_{(N)}. \quad (10)$$

Освен разгледаните два специфични метода (които са създадени специално за решаване на проблема за оценка на липсващи тримесечни данни), ще обърна внимание на обстоятелството, че за интерполиране и екстраполиране на тримесечни данни от годишните данни може да се използва и друг класически метод. Той се състои в използване на т. нар. кубични сплайн-функции (Greville, 1967), наричани често в литературата Q-сплайнове, с помощта на които се генерираят гладки криви (с минимално изкривяване) на основата на дискретни наблюдения<sup>1</sup>. По-специално всеки сегмент на кривата (интервалът между две последователни наблюдения) е полином от трета степен, чиято първа и трета производна са непрекъснати в свързващите точки (възловите точки). Кубичната сплайн-функция може да бъде записана по следния начин:

$$Q(t) = a + b(t - t_0) + \sum_{j=0}^n c_j(t - t_j)^3, \quad (11)$$

$$\text{като } (t - t_j)^3 = \begin{cases} (t - t_j)^3 & \text{за } t \geq t_j, \\ 0 & \text{за } t < t_j, \end{cases}$$

<sup>1</sup> Сплайн-функциите се разглеждат в теорията на приближенията. Те могат да се използват както за изглаждане на динамични редове (с дискретни наблюдения), така и за интерполяция (при липсващи точки вътре в изследвания период) и екстраполация (за получаване на нови точки извън изследвания период) (Пуарье, 1981; Янева, 1993).