

дава една аналитична формула, която изразява закона за смъртността за отделна група възрасти.¹⁾

При това, съ огледъ да запазимъ характернитѣ особености въ хода на смъртността за различнитѣ възрасти, раздѣляме възраститѣ въ три групи: отъ 0 до 25 години, отъ 25 до 75 години и отъ 75 години нагоре.

За изравняване вѣроятноститѣ за умирање отъ 25 до 75 години²⁾ ще приложимъ биометричната формула на *Makeham*.

Тази формула дава много добри резултати и е послужила за изравняване на вѣроятноститѣ за умирање за тѣзи възрасти при съставянето на едни отъ най-добритѣ таблици за смъртността.

6. Формула на *Makeham*

Makeham излиза отъ логическото предположение, че смъртността е обусловена отъ съвмѣстното действие на две групи причини. Едната група сж външни и случайни причини, които действуватъ въ всички възрасти еднакво, като не зависятъ отъ физическото състояние на индивида, а действието на другата група причини се измѣня съ измѣнението на възрастта. Съ увеличението на последната, тѣхното действие става все по-силно. Той изразява аналитически моментния коефициентъ на смъртността μ_x , като сума отъ една константа а (независяща отъ възрастта) и отъ една частъ растяща въ геометрическа прогресия съ възрастта:

$$\mu_x = a + bc^x$$

но понеже отъ (8) имаме

$$\mu_x = -\frac{d l_x}{l_x dx}, \text{ то } -\frac{d l_x}{l_x dx} = a + bc^x$$

или

$$-\frac{d l_x}{l_x} = (a + bc^x) dx.$$

¹⁾ Много автори сж смѣтали, че въ тази аналитична формула може да намѣри изразъ биологичниятъ законъ за смъртността. Но по-новото схващане на въпроса е, че тази формула на смъртността е само единъ аналитиченъ изразъ, който при едни наблюдения прилѣга добре, а къмъ други — не особено задоволително и се смѣта за изключена възможността нѣкога да се намѣри формула, която да може да изрази еднакво добре всички наблюдения върху смъртността и да даде на тази смъртностъ, при всички нейни временни и пространствени промѣни, една всеобхващаща аналитична формулировка.

²⁾ Въ западно-европейскитѣ държави, кждето смъртността въ по-високитѣ възрасти е значително по-голѣма, отко като у насъ, вѣроятноститѣ за умирање вървятъ по кривата на вѣроятноститѣ изчислени по формулата на *Makeham* до 95 годишна възраст. У насъ за високитѣ възрасти вѣроятноститѣ за умирање, дадени отъ наблюдението, оставатъ все по-малки отъ изчисленитѣ чрезъ формулата, затова тя може да се приложи съ успѣхъ до къмъ 75 годишна възраст.

Чрезъ интегриране получаваме

$$l_x = k \cdot s^x \cdot g^{c^x} \quad (19)$$

Тази формула, изведена отъ *Makeham* носи името *Gompertz—Makeham-ова* формула. Тя ни дава възможностъ да намѣримъ числото на преживѣлитѣ за всѣка възраст по отделно, ако ни сж известни константитѣ k, s, g и c .

Константата k можемъ да елиминираме, като вмѣсто l_x въведемъ p_x . образуваме

$$l_{x+1} = k s^{x+1} g^{c^{x+1}}$$

раздѣляме съ (19) и получаваме:

$$\frac{l_{x+1}}{l_x} = \frac{k s^{x+1} g^{c^{x+1}}}{k s^x g^{c^x}} \text{ или } p_x = s \cdot g^{c^x(c-1)} \quad (20)$$

Константата c се промѣня за всички таблици на смъртността въ малъкъ интервалъ тѣй, че $\log c$ се движи около 0'040.

Другитѣ константи трѣбва да се опредѣлятъ така, че за всички стойности на x отъ дадения интервалъ отъ 25—75 г. (или отъ 20—80 г.) да е въ сила уравнението (19) или (20). Но това не става напълно и за това намираме най-вѣроятнитѣ имъ стойности, при които кривата, която дава уравнение (19) или (20) да прилѣга най-добре къмъ кривата дадена отъ наблюденията.

7. Опредѣляне константитѣ въ формулата на *Makeham*

За опредѣляне най-вѣроятнитѣ стойности на константитѣ въ формулата на *Makeham* ще употребимъ метода на *G. F. Hardy*.

Той се състои въ следното:

Ако приемемъ, че $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ е редътъ който ще изравняваме, а $U'_1, U'_2, U'_3, \dots, U'_n$ е изравнениятъ редъ и $U'_i - U_i = \lambda_i$ е отклонението на два кореспондиращи члена, то за да опредѣлимъ константитѣ, поставяме условия:

1) Сумата отъ отклоненията за всички възрасти да е равна на нула:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 0 \quad (21)$$

2) Сумата отъ акумулиранитѣ отклонения да е равна на нула:

$$\sum_{i=1}^n i \lambda_i = 0 \quad (22)$$

Константата c за всички таблици на смъртността се промѣня слабо и $\log c$ се движи въ граници 0'035—0'045. Тя има това забележително свойство, че когато $\log c$ се увеличава, кривата, на която лежатъ изравненитѣ вѣроятности за умирање, се движи така, че двата ѝ края отиватъ нагоре, а срѣдата се вдава