ces variables coïncide toujours avec X. Cela n'est fait que pour simplifier les évaluations mathématiques qui deviennent, dans le cas contraire, très compliquées. Bien que cette admission ne diminue par elle-même l'ensemble des formules du système [15], les inexactitudes étant effacées par les termes résiduels E, elle est toutefois la source de certaines difficultés d'ordre logique lors de l'interprétation des formules obtenues, particulièrement de la formule du coefficient de la corrélation partielle.

Nous n'examinerons ici que le cas le plus simple qui a éte d'ailleurs le mieux exploré théoriquement, quand les liaisons entre les termes de la série № 0 et les autres séries ont un caractère de fonctions linéaires du premier degré.

Dans cette condition notre système [15] prend la forme suivante:

$$
\begin{aligned}
X_1^{(0)} &= b_{01} X_1^{(1)} + b_{02} X_1^{(2)} + b_{03} X_1^{(3)} + \ldots + b_{0n} X_1^{(n)} + E_1 \\
X_2^{(0)} &= b_{01} X_2^{(1)} + b_{02} X_2^{(2)} + b_{03} X_2^{(3)} + \ldots + b_{0n} X_2^{(n)} + E_2 \\
X_3^{(0)} &= b_{01} X_3^{(1)} + b_{02} X_3^{(2)} + b_{03} X_3^{(3)} + \ldots + b_{0n} X_3^{(n)} + E_3 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
X_N^{(0)} &= b_{01} X_N^{(1)} + b_{02} X_N^{(2)} + b_{03} X_N^{(3)} + \ldots + b_{0n} X_N^{(n)} + E_N
\end{aligned}
\qquad [16]
$$

où b_{01}, b_{02}, b_{03} . . . . b_{0n} sont des coefficients „à priori" de la proportionnalité, considérés comme constants au cours de toute la série d'observations. Le premier indice du côté droit indique que dans la partie gauche de chaque équation du système [16] se trouve le terme de la série № 0, tandis que les seconds indices du côté droit montrent le numéro de la série à laquelle se rapporte le coefficient b, et coïncident évidemment avec les indices se trouvant entre parenthèses près de X. Ordinairement, dans l'indice du coefficient b figurent encore les numéros de toutes les séries qui, d'une façon générale, entrent dans le système [16]. Par exemple, au lieu de b_{01} on écrit $b_{01.234\ldots n}$, au lieu de b_{02} on écrit $b_{02.134\ldots n}$, etc. Chez nous, cependant, une pareille symbolisation aurait extrêmement compliqué la forme extérieure des formules et nous la trouvons superflue pour nos modestes buts.

Le système [16] aurait pu, proprement parlant, représenter toute sorte de dépendance fonctionnelle des termes de la série № 0, d'une part, et de ceux de toutes les autres séries, d'autre part. Il y a dans chaque équation un terme résiduel E qui, tel un ressort de choc, prend sur lui toute la différence entre l'hypothèse et la réalité. Le nombre 5, par exemple n'est nullement égal à 100, mais nous pouvons écrire $5 = 100 + E$, étant donné qu'à une valeur de $E = -95$ l'équation est juste. Pour la même raison, nous pourrions donner à chaque coefficient b une valeur arbitraire, et le système [16] resterait toujours en vigueur.

Si toutefois nous voulons que le système [16] ait, outre un sens mathématique formel, aussi un sens logique, nous devons non seulement supposer la linéarité de la liaison entre les séries, mais, pour des raisons exposées dans la première partie du présent article, poser comme condition que dans le système [16] n'entrent que des séries homogènes. Autrement dit, il est nécessaire quand $g = 1, 2, 3, 4 \ldots,$

$$
\left.
\begin{aligned}
E(X_1^{(0)})^g &= E(X_2^{(0)})^g = E(X_3^{(0)})^g = \ldots = E(X_N^{(0)})^g \\
E(X_1^{(1)})^g &= E(X_2^{(1)})^g = E(X_3^{(1)})^g = \ldots = E(X_N^{(1)})^g \\
E(X_1^{(2)})^g &= E(X_2^{(2)})^g = E(X_3^{(2)})^g = \ldots = E(X_N^{(2)})^g \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
E(X_1^{(n)})^g &= E(X_2^{(n)})^g = E(X_3^{(n)})^g = \ldots = E(X_N^{(n)})^g
\end{aligned}
\right\} \quad [17]
$$

Ces égalités conditionnelles ne seraient justes que si tous les termes de chacune des séries avaient la même loi de répartition. Comme c'est dans le cas de deux variables, cette exigence est indroduite dans l'intérêt de la logique et non pas de la technique mathématique qui peut s'en passer librement. En ce qui concerne la composante résiduelle E, c'est-là une question un peu plus compliquée. Son homogénéité, dans les admissions qu'on a faites, ne suscite pas de grandes incertitudes, mais, à la différence du cas de deux variables, nous ne pouvons pas toujours admettre que les valeurs E soient indépendantes de celles des composantes X. C'est que dans l'application en pratique des formules de la corrélation multiple, nous prenons toujours la voie des approximations successives; d'abord nous supposons que

$$X^{(0)} = b_{01}' X^{(1)} + b_{02}' X^{(2)} + E',$$

si le résultat calculé ne nous satisfait pas, nous allons plus loin et nous supposons:

$$X^{(0)} = b_{01}'' X^{(1)} + b_{02}'' X^{(2)} + b_{03}'' X^{(3)} + E''.$$

Si cela nous paraît également insuffisant, nous écrivons:

$$X^{(0)} = b_{01}''' X^{(1)} + b_{02}''' X^{(2)} + b_{03}''' X^{(3)} + b_{04}''' X^{(4)} + E'''$$

etc. etc.

En comparant ces équations, nous voyons que dans E' entrent les composantes $X^{(3)}$ et $X^{(4)}$; dans E'' entre encore $X^{(4)}$, etc. Dans ces conditions et si les coefficients près de $X^{(3)}$, $X^{(4)}$, etc. ne sont pas nuls nous ne pouvons guère postuler que E' ou E'' ne dépendent pas de $X^{(0)}$ et même des autres variables $X^{(1)}$, $X^{(2)}$, etc. entrant dans l'équation. Ce n'est que lorsque nous nous sommes convaincus d'avoir épuisé, dans le système [16], toutes les variables qui peuvent influencer sur la grandeur des termes de la série № 0, que nous pouvons admettre que le terme résiduel E ne dépend pas des composantes X.

Si les égalités du système [17] sont justes, nous pouvons nous borner d'examiner n'importe quelle série du système, étant donné que toutes les règles la concernant valent également pour les autres séries.

Prenons la série du i-me ordre:

$$X^{(0)}_i = b_{01} X^{(1)}_i + b_{02} X^{(2)}_i + b_{03} X^{(3)}_i + \ldots + b_{0n} X^{(n)}_i + E_i \quad [17^a]$$

Ayant en vue que l'espérance mathématique de la somme est toujours égale à la somme des espérances mathématiques des quantités