

la grandeur H ne varie pas si nous multiplions tous les termes de la série X (ou de la série Y, ou des deux séries simultanément) par la même grandeur A, indifféremment si cette dernière est grande ou petite, positive ou négative, entière ou fractionnaire. De même, H ne varie pas non plus quand nous ajoutons à tous les termes de la série X (ou de la série Y, ou des deux séries simultanément) la même grandeur B, positive ou négative. Ce qui vient d'être énoncé vaut aussi pour le coefficient empirique de la corrélation [1] et sur cette propriété du coefficient sont basés différents procédés simplifiés pour son évaluation.

En adoptant l'indépendance mutuelle des grandeurs ϵ et ξ , ϵ et ψ , nous pouvons facilement démontrer que $\sigma_x^2 = \sigma_\xi^2 + \sigma_\epsilon^2$; $\sigma_y^2 = \sigma_\psi^2 + \sigma_\epsilon^2$ et nous pouvons écrire:

$$q_1 = \sqrt{\frac{\sigma_x^2 - \sigma_\epsilon^2}{\sigma_x^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_\epsilon^2}{\sigma_x^2}};$$

$$q_2 = \sqrt{\frac{\sigma_y^2 - \sigma_\epsilon^2}{\sigma_y^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_\epsilon^2}{\sigma_y^2}} \quad [13]$$

Si d'une façon générale la composante ϵ manque dans la série X, alors $\sigma_\epsilon = \sigma_x$ et $q_1 = 1$,

et par conséquent $H = \frac{\sigma_\psi}{\sigma_y} = q_2$. Si, d'autre part

la composante ϵ manque, alors $\sigma_\psi = \sigma_y$ et

$$H = \frac{\sigma_\xi}{\sigma_x} = q_1.$$

S'il manque toutes les deux composantes ϵ et ξ , alors $H = 1$.

Si les composantes ξ et ψ manquent, alors $H = 0$.

La mesure H est une mesure *a priori* dans le sens que nous avons donné plus haut à ce terme, et c'est pourquoi nous posons la question de savoir comment trouver son approximation empirique, ou bien, comme s'exprime Tchouproff, "sa valeur présumée". Comme telle nous considérons la fonction des termes des deux séries X et Y, dont l'espérance mathématique (ou au moins la limite vers laquelle tend l'espérance mathématique quand N augmente) fournit la grandeur H.

On peut démontrer (voir l'appendice au présent article) que le produit des deux "rapports de corrélation" de Pearson peut servir d'approximation empirique de H:

$$r'_{xy} \cdot r'_{yx}.$$

Malheureusement, ces grandeurs ne peuvent presque pas s'appliquer aux séries qui varient dans le temps (c.-à.-d. à la majorité des séries statistiques dont s'occupe l'économiste), puisqu'elles donnent à ces séries presque toujours leur valeur maximum + 1. Donc, nous pouvons les délaissier ici sans les éduier.

Si cependant notre étude par telle ou telle voie nous amène à la déduction que la fonction,

exprimant la liaison de causalité entre les éléments ξ et ψ , est une équation linéaire de premier degré, c.-à.-d. que pour chaque i

$$\psi_i = a + b\xi_i$$

(a et b étant considérés ici, bien entendu, comme constants) — alors on peut facilement démontrer que l'approximation empirique de la grandeur H est, pour ce cas, égale à la valeur absolue du coefficient de corrélation empirique (voir formules 1 et 3)

$$H = |r'_{12}|.$$

Les lignes verticales autour de r'_{12} désignent que cette grandeur est prise avec le signe +. Du reste, le signe + ou - du coefficient de corrélation ne dépend que du signe du paramètre b . La preuve de la certitude de notre formule est donnée également dans l'appendice au présent article*.

Plus haut, à la page 278, nous avons établi que dans l'étude de la dépendance entre les phénomènes qui l'intéressent, l'économiste aura à résoudre 2 questions: 1-o quelles sont la forme et les constantes de la fonction exprimant la liaison de causalité interne entre les phénomènes étudiés et 2-o jusqu'à quel degré cette liaison peut-elle se manifester en réalité et jusqu'à quel degré est-elle affectée par les influences accidentelles. Il est avéré que le coefficient de corrélation empirique ne peut donner une réponse qu'à la *seconde* question et ce n'est que dans le cas où, sur la base de telles ou telles considérations théoriques, nous pouvons démontrer que la liaison entre ξ et ψ est vraiment une fonction linéaire. Donner cette preuve n'est nullement chose facile, particulièrement dans le domaine de l'étude nomothétique des phénomènes économiques. Dans la plupart des cas, nous ne pouvons que faire une certaine *hypothèse*, dans le sens que la liaison entre ξ et ψ a *probablement* un caractère linéaire. A cette conclusion nous amène, par exemple dans son développement logique, l'hypothèse de la théorie quantitative de la monnaie, qui est examinée de ce côté dans notre article: "Ist die Quantitätstheorie statistisch nachweisbar?", inséré dans le dernier fascicule de la Revue paraissant à Vienne: "Zeitschrift für Nationalökonomie".

Le coefficient de corrélation n'indique dans ce cas que jusqu'à quel degré une hypothèse donnée aurait pu expliquer la réalité, *si cette dernière aurait été congrue*. Admettons, par exemple, que pour l'explication des variations de la série Y on ait proposé 2 hypothèses. La première hypothèse, A, suppose une dépendance linéaire

*) Si dans la formule [12] q_1 est égal à 1, alors

$$H = q_2 = \sqrt{1 - \frac{\sigma_\epsilon^2}{\sigma_y^2}}.$$

Le carré de cette expression coïncide, dans sa limite, avec l'espérance mathématique du carré du coefficient de corrélation empirique dans sa forme donnée par exemple chez Mills (F. C. Mills, *Statistical Methods Applied to Economics and Business*,

New York, 1924, page 373) $E'r_{12}^2 = 1 - \frac{S_y^2}{\sigma_y^2}$. Il paraît que Mills ne prévoit pas que la composante q_1 puisse exister.

*) S. Tchouproff, op. cité, page 52 et 69-70, G. Dar-mois, *Statistique mathématique*, Paris 1928, page 198 et 214.