conque. Certes, nous ne pouvons pas nous arrêter ici pour prouver cette thèse, mais nous renvoyons le lecteur à notre ouvrage déjà cité „Die Korrelationsrechnung, etc".

Il nous reste encore à dire quelques mots *des moments. Le moment du n^e degré* ou le moment n autour du zéro s'appelle l'espérance mathématique du n^e degré de la variable aléatoire. Par exemple, le premier moment sera Ea dans la formule [8]. Le deuxième moment sera:

$Ea^2 = p_1 a_1^2 + p_2 a_2^2 + p_3 a_3^2 + \ldots + p_m a_m^2$, le troisième moment: $Ea^3 = p_1 a_1^3 + p_2 a_2^3 + p_3 a_3^3 + \ldots . p_m a_m^3$, etc.

On peut calculer les moments également autour de l'espérance mathématique. Dans ce sens le premier moment sera:

$$E(a - Ea) = p_1(a_1 - Ea) + p_2(a_2 - Ea) + p_3(a_3 - Ea) + \ldots + p_m(a_m - Ea) = p_1 a_1 + p_2 a_2 + p_3 a_3 + \ldots + p_m a_m - (p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_m) Ea.$$

Etant donné que $p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_m = 1$ (page 281), $E(a - Ea) = Ea - Ea = 0$.

Le deuxième moment autour de l'espérance mathématique est:

$$E(a - Ea)^2 = p_1(a_1 - Ea)^2 + p_2(a_2 - Ea)^2 + p_3(a_3 - Ea)^2 + \ldots + p_m(a_m - Ea)^2.$$

En ouvrant les parenthèses, nous trouvons par analogie: $E[(a^2 - Ea)^2 = Ea^2 - (Ea)^2$.

La grandeur $\sqrt{Ea^2 - (Ea)^2}$ s'appelle *l'écart type à priori* qu'on désigne par la lettre σ. Elle apparaît comme limite vers laquelle tend la grandeur

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (a_i - \bar{a}')^2}{N-1}}$$

En comparant cette formule avec la formule [2] nous comprenons pourquoi dans le dénominateur de la grandeur sous racine il serait plus exact de faire figurer $N - 1$ au lieu de N. Mais, nous le répétons encore, en présence d'un N tant soit peu considérable, cette correction n'a pas de signification pratique.

L'écart type à priori σ joue un grand rôle dans la statistique mathématique.

Après tous ces éclaircissements, nous pouvons reprendre notre exposé. A la page 279 nous avons établi qu'il est nécessaire, pour la déduction de la formule relative à la mesure rationnelle de l'intensité de la liaison entre deux séries statistiques, d'admettre l'homogénéité des séries ξ et ψ que, dans le cas considéré, cette admission s'identifie avec l'exigence pour que les „moments" des différents termes de la série restent constants, c'est-à-dire:

$$E\xi_1 = E\xi_2 = E\xi_3 = \ldots = E\xi_N;$$
$$E\psi_1 = E\psi_2 = E\psi_3 = \ldots = E\psi_N$$
$$E\xi_1^2 = E\xi_2^2 = E\xi_3^2 = \ldots = E\xi_N^2;$$
$$E\psi_1^2 = E\psi_2^2 = E\psi_3^2 = \ldots = E\psi_N^2$$

et, en général, pour chaque h entier et positif,

$$E\xi_1^h = E\xi_2^h = E\xi_3^h \ldots = E\xi_N^h;$$
$$E\psi_1^h = E\psi_2^h = E\psi_3^h \ldots = E\psi_N^h$$

Cette exigence sera satisfaite si tous les ξ, ainsi que tous les ψ, ont la même *loi de répartition.*

En ce qui concerne les componentes e et ε, suivant qu'elles sont homogènes ou non homogènes, notre déduction prend l'un au l'autre aspect logique. Dans le cas où leur homogénéité est démontrée (dans le sens ci-dessus), notre déduction peut prétendre à une certaine validité générale, propre aux lois naturelles.

Lorsqu'il manque une homogénéité, nous ne pouvons que conclure qu'au cours de notre série d'observations la liaison de causalité entre ξ et ψ a été obscurcie *en moyenne* jusqu'à tel ou tel degré. Bien qu'il y ait lieu de supposer que le second cas représente, dans le domaine des phénomènes économiques globaux, plutôt une règle, et le premier cas — plus souvent ou plus rarement une exception, nous admettons toutefois, dans notre exposé ultérieur, que les moments de e et ε restent constants dans les limites de notre série d'observations. Nous avons cette faculté, étant donné *qu'on peut démontrer qu'en cas de non-homogénéité des séries ξ, ψ, e et ε, toutes les formules déduites ci-dessous restent en vigueur, seulement au lieu des écarts type à priori, y figureront les moyennes arithmétiques des écarts-type à priori des différents termes.* Notre exigence d'homogénéité des séries est de l'intérêt de la logique, et non pas de celui de la technique mathématique!

Il ne serait pas rationnel de substituer directement les espérances mathématiques aux grandeurs entrant dans la formule [6] à la page 279 Il en est que nous obtenons alors la valeur possible maximum $+ 1$ dans tous les cas où les espérances mathématiques des grandeurs e et ε sont nulles, bien que, du reste, tous les e_i et ε_i soient très grands et qu'ils obscurcissent les grandeurs ξ_i et ψ_i.

La caractéristique à priori la plus simple de la série, compte tenu de sa variabilité, est, comme on le sait, l'écart-type σ. Supposons que l'écart-type à priori de la série ξ soit σ_ξ, celui de la série e — σ_e, celui de la série ε — σ_ε, celui de la série x — σ_x et celui de la série y — σ_y. Alors, en partant du type de la formule [6], nous arrivons à la formule suivante relative à la mesure de l'intensité de la liaison entre X et Y:

$$H = \frac{\sigma_\xi}{\sigma_x} \frac{\sigma_\psi}{\sigma_y} \quad [10]$$

Posons

$$q_1 = \frac{\sigma_\xi}{\sigma_x} \text{ et } q_2 = \frac{\sigma_\psi}{\sigma_y} \quad [11]$$

On aura définitivement $H = q_1 q_2$ [12]

Nous attirons particulièrement l'attention du lecteur à ce que la mesure H n'évalue que la variabilité, c,-à.-d. les fluctuations des séries X et Y. Les valeurs absolues de ces dernières ne jouent du reste aucun rôle. Par exemple,