Si nous imaginons que sur chaque oeuf se trouve inscrit le prix auquel il a été vendu et que tous les N oeufs soient bien mêlés dans une urne grandiose, nous concevons facilement que la fraction $\frac{n_1}{N}$ désigne, dans ces conditions, la probabilité mathématique pour qu'un oeuf soit tiré de l'urne au prix de a_1; par analogie, la fraction $\frac{n_2}{N}$ désignera la probabilité pour qu'un oeuf soit tiré au prix de a_2, etc. Autrement dit, les fractions $\frac{n_1}{N}, \frac{n_2}{N}, \frac{n_3}{N} \, . \; . \; . \; . \; \frac{n_m}{N}$, peuvent être considérées, à un certain point de vue, comme probabilités propres à l'apparition, dans le champ d'observation, de leurs prix correspondants. Par conséquent on peut introduire encore les notations suivantes:

$$\frac{n_1}{N} = p_1; \; \frac{n_2}{N} = p_2; \; \frac{n_3}{N} = p_3; \; . \; . \; . \; \frac{n_m}{N} = p_m.$$

Il n'est pas difficile de voir que la somme de toutes les m probabilités est exactement égale à 1:

$$\sum_{i=1}^{N} p_i = 1.$$

et le prix moyen des oeufs $\bar{a}$ prendra la forme suivante:

$$\bar{a} = p_1 a_1 + p_2 a_2 + p_3 a_3 + \; . \; . \; . \; . \; . \; p_m a_m = \\ = \sum_{i=1}^{m} p_i a_i \qquad [7]$$

La grandeur qui peut prendre k différentes valeurs, dont chacune a une probabilité mathématique déterminée pour son apparition, s'appelle, dans la statistique mathématique, *la variable aléatoire d'ordre k*. Etant donné qu'au mois de mars 1931 le prix des oeufs sur le marché de Varna a acquis en tout m valeurs différentes: $a_1, a_2, a_3 \, . \; . \; . \; . \; a_m$, avec probabilités correspondantes $p_1, p_2, p_3 \, . \; . \; . \; p_m$, ce prix des oeufs en mars est une variable aléatoire du m-e ordre. L'ensemble des valeurs $a_1, a_2, a_3 \, . \; . \; . \; . \; a_m$, avec leurs probabilités $p_1, p_2, p_3, \, . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; p_m$, fournit la *loi de répartition* de notre variable aléatoire. D'autre part, *la somme des produits de chacune des k valeurs de la variable aléatoire, multipliée par sa probabilité mathématique correspondante, s'appelle l'espérance mathématique de cette variable.*

L'espérance mathématique est notée ordinairement par le symbole E. De cette façon, l'espérance mathématique du prix d'un oeuf sur le marché de Varna au mois de mars 1931 est donnée par l'expression suivante:

$$Ea = p_1 a_1 + p_2 a_2 + p_3 a_3 + \; . \; . \; . \; + p_m a_m \qquad [8]$$

En comparant cette formule avec la formule [7], nous nous convainquons que $\bar{a} = Ea$, c'est-à-dire le *véritable* prix moyen pondéré d'un oeuf au mois de mars 1931 sur le marché de Varna est égal à son espérance mathématique.

Nous allons maintenant plus loin. En réalite, aucun organe de statistique à Varna n'enregistre toutes les ventes d'oeufs qui y ont eu lieu. Dans le cas le plus favorable, même en présence de conditions idéales pour la statistique du marché, ce n'est qu'une faible partie des transactions qui seront inscrites, et c'est sur la base de cet enregistrement, qui est loin d'être complet, que nous calculerons le prix moyen qui n'est qu'une *approximation empirique* de la grandeur „à priori" $\bar{a}$. Supposons qu'en mars nous ayons réussi à établir le prix de N' oeufs, n_1' oeufs étant vendus au prix de a_1, n_2' oeufs—au prix de a_2, n_3' oeufs—au prix de $a_3, \, . \; . \; . \; . \; . \; n_m'$ oeufs—au prix de a_m *). De cette façon, l'approximation empirique de la véritable moyenne $\bar{a}$, que nous désignerons par $\bar{a}_1'$, sera trouvée à l'aide de la formule:

$$\bar{a}_1' = \frac{n_1' a_1 + n_2' a_2 + n_3' a_3 + \; . \; . \; . \; . \; . \; + n'_m a_m}{n_1' + n_2' + n_3' + \; . \; . \; . \; . \; . \; . + n_m'} = \\ = \frac{n_1'}{N'} a_1 + \frac{n_2'}{N'} a_2 + \frac{n_3'}{N'} a_3 + \; . \; . \; . \; . + \frac{n_m'}{N'} a_m \qquad [9]$$

En comparant les coefficients $\frac{n_1'}{N'}, \frac{n_2'}{N'}, \frac{n_3'}{N'}$, etc. avec les coefficients p_1, p_2, p_3 etc., nous voyons que les premiers sont des „fréquences" empiriques qui, en vertu de la loi des grands nombres, se rapprochent des seconds quand le nombre N' augmente. Quand N' coïncide avec N, toutes les fréquences changent en probabilités. Il en résulte que la moyenne arithmétique pondérée du type [9] change en espérance mathématique lorsque les fréquences du type $\frac{n_2'}{N'}$ sont remplacées par les probabilités correspondantes.

A première vue, l'introduction de la notion d'ésperance mathématique dans la statistique peut paraître un peu artificielle. En réalité, cependant, elle s'avère assez utile, vu qu'elle facilite et précise au plus haut point les calculs mathématiques. Il existe une série de théopèmes simples, à l'aide desquels on peut trouver facilement et promptement les espérances mathématiques de la somme, de la différence, du produit, etc. de quelques variables aléatoires ou des fonctions de ces dernières. C'est pourquoi, la „méthode des espérances mathématiques" présente le moyen le plus fort et en même temps le plus élégant de l'analyse dans la statistique mathématique contemporaine, et le spécialiste ressent un grand allégement lorsqu'il peut réduire son problème à trouver l'espérance mathématique d'une expression quel-

*) Il peut arriver que certaines valeurs de n' soient égales à zéro, ce qui indique que toutes les transactions effectuées au prix correspondants n'ont pas été éventuellement enregistrées.