Виждаме, че резултатитѣ отъ тритѣ формули сж много близки. Това показва, че около 86% отъ колебанията на индекса могатъ да бждатъ обяснени съ колебанията на количеството пари, циркулирали въ страната презъ предидущитѣ три месеца. Едно заключение не безъ интересъ за икономиста.

Отъ формула [48] имаме:

$$r_{0\cdot123} = +0{\cdot}8624 = \sqrt{0{\cdot}3740 + 0{\cdot}2550 + 0{\cdot}1148}$$

Тукъ 0·3740 измѣрва цѣлото влияние върху голѣмината на индекса, указано отъ колебанията на количеството пари, циркулирали презъ предшествующъ [(i—1)-ия] месецъ. Числото 0·2550 отразява влиянието на втория предшествующъ [(i—2)-ия] месецъ. Най-сетне, числото 0·1148—се отнася за влиянието на третия предшествующъ [(i—3)-ия] месецъ. И така, най-голѣмо влияние има първиятъ, а най-малко третиятъ предшествующъ месецъ (около три пжти по-малко отъ първия).

Може да се предполага, че влиянието на паричното обръщение презъ по-далечнитѣ месеци е още по-слабо.

Приложение

Известно е (ср. Tschuprow, Grundbegriffe, стр. 52, и Darmois, Statistique mathématique, стр. 198—199), че априорното корелационно отношение се дава отъ следната формула:

$$\eta^2_{y/x} = \frac{1}{\mu_{o/2}} \sum_i p_{i/\cdot} \left[m^{(i)}_{\cdot/1} - m_{o/1} \right]^2 = $$

$$= 1 - \frac{1}{\mu_{o/2}} \sum_i p_{i/\cdot}\ \mu^{(i)}_{\cdot/2}$$

Тукъ:

$\mu_{o/2} = E\,(У - EУ)^2$; $p_{i/\cdot}$ е вѣроятностьта, че промѣнливата X ще приеме значение X_i; $m^{(i)}_{\cdot/1} = \sum_j p^{(i)}_{\cdot/j}\, У_j$, кждето $p^{(i)}_{\cdot/j}$ означава условната математическа вѣроятность, че промѣнливата У ще приеме значение $У_j$ при условие, че промѣнливата X е приела значението X_i;

$m_{o/1} = EУ$; $\mu^{(i)}_{\cdot/2} = \sum_j p^{(i)}_{\cdot/j} \left[У_j - m^{(j)}_{\cdot/1} \right]^2$.

Да внесемъ сега една малка промѣна въ условията на събирането: да предположимъ, че $p^{(i)}_{\cdot/j}$ означава условната вѣроятность, че промѣнливата У ще приеме значение $У_j$ при условие, че *не* X е възприело значение X_i, а ξ е приело значение ξ_i; подобно, $p_{i/\cdot}$ ще означава вѣроятностьта, че ξ е приело значение ξ_i.

Нека означимъ полученото при тѣзи условия ново отношение — мѣрка чрезъ

$$\eta_{y/\xi}$$

Ако въ формулата за $\mu^{(i)}_{\cdot/2}$ замѣстимъ $У_j$ съ $f(\xi_i) + \varepsilon_j$ и забележимъ, че

$$m^{(i)}_{\cdot/1} = \sum_j p^{(i)}_{\cdot/j} \left[f(\xi_i) + \varepsilon_j \right] = f(\xi_i) \sum_j p^{(i)}_{\cdot/j} +$$

$$+ \sum_j p^{(i)}_{\cdot/j}\, \varepsilon_j = f(\xi_i) + \sum_j p^{(i)}_{\cdot/j}\, \varepsilon_j,$$

получаваме

$$\mu^{(i)}_{\cdot/2} = \sum_j p^{(i)}_{\cdot/j} \left[\varepsilon_j - \sum_j p^{(i)}_{\cdot/j}\, \varepsilon_j \right]^2.$$

Ако редътъ на компонентитѣ ε е хомогененъ и стохастически независимъ отъ ξ, имаме

$\mu^{(i)}_{\cdot/2} = \mu(\varepsilon)_2 = \sigma_\varepsilon^2$ за всѣко i, и, следователно,

$$\sum_j p_{i/\cdot}\ \mu^{(i)}_{\cdot/2} = \mu(\varepsilon)_2 \sum_j p_{i/\cdot} = \mu(\varepsilon)_2 = \sigma_\varepsilon^2.$$

По такъвъ начинъ, окончателно се получава:

$$\eta^2_{y/\xi} = 1 - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_y^2} = q_2^2$$

Съ помощьта на аналогични разсжждения намираме:

$$\eta^2_{x/\psi} = 1 - \frac{\sigma_e^2}{\sigma_x^2} = q_1^2; \qquad H = \eta_{x/\psi} \cdot \eta_{y/\xi}$$

Ако въ реда X липсва компонентата „e", така че $X_i = \xi_i$, очевидно е, че $q_1 = 1$ и, следователно, $H = q_2 = \mu_{y/x}$, т. е. H е точно равно на априорното корелационно отношение на Карлъ Пирсонъ.

Подобно, ако липсва компонентата ε, имаме $H = q_1 = \eta_{x/y}$.

Величииитѣ q_1 и q_2 сж априорни. Като тѣхни емпирични приближени значения сме принудени да вземаме сжщитѣ $\eta_{x/y}'$ и $\eta_{y/x}'$ (ср. Чупровъ, стр. 69 и Darmois, стр. 214), които се разглеждатъ като емпирични приближения на отношенията $\eta_{x/y}$ и $\eta_{y/x}$, и които, споредъ възприетото отъ английскитѣ статистици означения, се изразяватъ съ следнитѣ формули:

$$[\eta'_{x/y}]^2 = \frac{\Sigma\{n_y(\bar{x} - \bar{x}_y)^2\}}{N\ \sigma_x^2}; \quad [\eta'_{y/x}]^2 = \frac{\Sigma\{n_x(\bar{y} - \bar{y}_x)^2\}}{N\ \sigma_y^2}$$

(Ср. W. Palin Elderton, Frequency Curves and Correlation, 2[d] edition London 1927, стр. 195). Тукъ n_y е броя на случаитѣ въ реда „y" на корелационната таблица; $\bar{x}$ е аритметичната срѣдна на всичкитѣ x; $\bar{x}_y$ е аритметичната срѣдна на всичкитѣ x, намиращи се въ реда „y", N е общия брой на случаитѣ; σ_x^2 е стандартното отклонение на реда x; за $\eta_{y/x}$ имаме аналогични обозначения.

Работата е тамъ, че ние сме принудени да разглеждаме величинитѣ X_i и $У_i$ като емпирични приближения на ξ_i и ψ_i. Когато E e = o и E ε = o, това не предизвиква особени съмнения. Ала, все пакъ, ние съ това внасяме една систематична грѣшка.

Необходимо е да се подчертае още, че съ величинитѣ $\eta_{x/y}$ и $\eta_{y/x}$ трѣбва да се манипулира съ най-голѣма предпазливость, поради широкитѣ граници на тѣхнитѣ грѣшки (гл. Чупровъ, Grundbegriffe, стр. 102). Освенъ това, емпиричното корелационно отношение има още едно неприятно качество: а именно, ако броя на взаимно свързанитѣ чифтове X_i и Y_i е равенъ на броя на различнитѣ значения, които приема въ границитѣ на нашитѣ наблюдения величината X, така