ще фигуриратъ срѣдно-аритметичнитѣ на априорнитѣ стандартни отклонения на отдѣлнитѣ членове. Нашето изискване за хомогенность на редоветѣ е въ интереса на логиката, а не на математическата техника!

Не би било рационално да замѣнимъ направо величинитѣ, влизащи въ формула [6], на стр. 258, съ математическитѣ очаквания. Работата е тамъ, че ние тогава получаваме максимално възможното значение + 1 въ всички случаи, когато математическитѣ очаквания на величинитѣ e и ε сѫ равни на нула, макаръ, при това, всичкитѣ отдѣлни e_i или ε_i да сѫ много голѣми и да засѣнчватъ величинитѣ ξ_i и ψ_i.

Най-простата априорна характеристика на реда, държаща смѣтка за промѣнливостьта му, е, както е известно, стандартното отклонение σ. Нека априорното стандартно отклонение на реда ξ е σ_ξ, на реда ψ — σ_ψ, на реда e — σ_e, на реда ε — σ_ε, на реда X — σ_x и на реда $У$ — σ_y. Тогава, изхождайки отъ типа на формула [6], идваме до следната формула за измърване интензивностьта на връзката между X и $У$:

$$H = \frac{\sigma_\xi}{\sigma_x} \cdot \frac{\sigma_\psi}{\sigma_y} \qquad [10].$$

Означавайки сега $q_1 = \dfrac{\sigma_\xi}{\sigma_x}$ и $q_2 = \dfrac{\sigma_\psi}{\sigma_y}$ [11], получаваме окончателно $H = q_1\, q_2$ [12].

Обръщаме особено внимание на читателя че мѣрката H мѣри само промѣнливостьта, т. е. колебанията на редоветѣ X и $У$. Абсолютнитѣ значения на тия последнитѣ не играятъ при това никаква роля. Така, напримѣръ, величината H не се промѣня, ако ние умножаваме всички членове на реда X (или реда $У$, или и на двата едновременно) съ една и сѫща величина A, голѣма или малка, положителна или отрицателна, цѣла или дробна — безразлично. Сѫщо така H не се промѣня и когато ние добавяме къмъ всичкитѣ членове на реда X (или реда $У$, или и на двата реда едновременно) една и сѫща величина B, положителна или отрицателна. Казаното е въ сила и по отношение на емпиричния коефициентъ на корелацията [1] и на това му свойство сѫ базирани редица опростени приоми за неговото изчисление.

При възприетата отъ насъ взаимна независимость между величинитѣ e и ξ, ε и ψ може лесно да се докаже, че $\sigma_x^2 = \sigma_\xi^2 + \sigma_e^2$; $\sigma_y^2 = \sigma_\psi^2 + \sigma_\varepsilon^2$ и ние можемъ да напишемъ:

$$q_1 = \sqrt{\frac{\sigma_x^2 - \sigma_e^2}{\sigma_x^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_e^2}{\sigma_x^2}};$$

$$q_2 = \sqrt{\frac{\sigma_y^2 - \sigma_\varepsilon^2}{\sigma_y^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_y^2}} \qquad [13]$$

Ако компонентата „e“ изобщо липсва въ реда X, тогава $\sigma_\xi = \sigma_x$ и $q_1 = 1$ и, следователно, $H = \dfrac{\sigma_\psi}{\sigma_y} = q_2$. Ако пъкъ компонентата ε липсва, тогава $\sigma_\psi = \sigma_y$ и $H = \dfrac{\sigma_\xi}{\sigma_x} = q_1$.

Ако липсватъ и e, и ε, тогава $H = 1$.

Ако компонентитѣ ξ и ψ липсватъ, тогава $H = 0$.

Мѣрката H е *априорна* въ този смисълъ, който ние дадохме на този терминъ по-горе и затова се явява въпроса какъ да се намѣри нейното емпирично приближение, или, както казва Чупровъ, „презумтивна величина“. Като такава ние ще смѣтаме оная функция на членоветѣ отъ двата реда X и $У$, математическото очакване на която (или, най-малко, предѣла, къмъ който се стреми математическото очакване при увеличението на N) дава величината H.

Може да се докаже (гледай приложението къмъ настоящата статия), че за известно емпирично приближение на H може да служи произведението на двѣтѣ „корелационни отношения“ (correlation ratio) на Карлъ Пирсонъ:

$$\eta'_{x/y} \cdot \eta'_{y/x} \quad *)$$

За жалость, тѣзи величини почти не могатъ да се прилагатъ къмъ редоветѣ, които се промѣнятъ въ временно отношение (т. е. къмъ болшинството на статистич. редове, съ които борави икономистътъ), понеже даватъ почти винаги максималното си значение + 1 за тѣхъ. Затова, ние можемъ тукъ да ги оставимъ безъ разглеждане.

Ако, обаче, нашето изследване по единъ или другъ пѫть ни довежда до извода, че функцията, изразяваща причинната връзка между елементитѣ ξ и ψ е линейно уравнение отъ първа степень, т. е. че

$$\psi_i = a + b\xi_i \text{ при всѣко } i$$

(a и b, разбира се, се приематъ тукъ за постоянни) — тогава може лесно да се докаже, че емпиричното приближение на величината H е, за този случай, равна на абсолютната величина на емпиричния коефициентъ на корелацията (гл. форм. 1 и 3)

$$H = |r_{12}'|$$

Вертикалнитѣ черти около r_{12}' означаватъ, че тази величина се взема съ знакъ +. Впрочемъ, знакътъ + или — на самия коефициентъ на корелацията зависи само отъ знака на параметра b. Доказателството на справедливостьта на нашата формула е дадено тоже въ приложението къмъ настоящата статия **).

По-горе, на стр. 257, ние установихме, че при изучването на зависимостьта между интересующитѣ го явления, икономистътъ има да раз-

---

*) Ср. Чупровъ, l. cit. стр. 52 и 69—70; G. Darmois, Statistique mathématique, Paris 1928, стр. 198 и 214.

**) Ако въ формула [12] $q_1 = 1$, тогава $H = q_2 = \sqrt{1 - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_y^2}}$. Квадратътъ на този изразъ въ предѣла си съвпада съ математическото очакване на квадрата на емпирическия коефициентъ на корелацията въ формата му, дадена, напр., у Милса (ср. F. C. Mills, Statistical Methods Applied to Economics and Business, New York, 1924, стр. 373). $E r_{12}'^2 = 1 - \frac{S_y^2}{\sigma_y^2}$. Милсъ, изглежда, не предвижда възможностьта за сѫществуването на компонентата q_1.