виждаме, че първитѣ сѫ емпирични „честоти", които по закона за голѣмото число се доближаватъ до вторитѣ при увеличение на числото N'. Когато N' съвпадне съ N, всичкитѣ честоти ще се обърнатъ въ вѣроятности. Отъ това ние заключаваме, че претегленото срѣдноаритметично отъ типъ [9] се обръща въ математическо очакване, когато честотитѣ отъ типъ $\frac{n_2'}{N'}$ сѫ замѣстени съ съответнитѣ вѣроятности.

На пръвъ погледъ, въвеждането на понятието за математическо очакване въ статистиката може да се види малко изкуствено. Въ действителность, обаче, то се оказва твърде полезно, понеже твърде много улеснява и прецизира математическитѣ изчисления. Сѫществуватъ редъ прости теореми, съ помощьта на които сравнително лесно и бързо могатъ да се намѣрятъ математическитѣ очаквания на сбора, разликата, произведението и т. н. на нѣколко случайни промѣнливи или на тѣхнитѣ функции. Затова, „методътъ на математическитѣ очаквания" представлява едно отъ най-силнитѣ и, въ сѫщото време, елегантни срѣдства на анализата въ съвременната математическа статистика, и специалистътъ чувствува голѣмо облекчение, когато може да сведе задачата си къмъ намирането на математическото очакване на нѣкой изразъ. Ние не можемъ, разбира се, да се спираме тукъ върху доказателството на тази теза и препращаме читателя къмъ цитираната вече книга „Die Korrelationsrechnung etc.".

Остава още да кажемъ нѣколко думи *за моментитѣ. Моментътъ отъ n-ата степень* или n-ия моментъ около нулата се нарича математическото очакване на n-ата степень на случайната промѣнлива. Така, напримѣръ, първиятъ моментъ ще е Ea въ формула [8]. Вториятъ моментъ ще е:

$$E\,a^2 = p_1\,a_1^2 + p_2\,a_2^2 + p_3\,a_3^2 + \ldots + p_m\,a_m^2,$$

третиятъ моментъ:

$$E\,a^3 = p_1\,a_1^3 + p_2\,a_2^3 + p_3\,a_3^3 + \ldots + p_m\,a_m^3, \text{ и т. н.}$$

Моментитѣ могатъ да се изчисляватъ и около математическото очакване. Въ този смисълъ първиятъ моментъ ще е:

$$E\,(a - Ea) = p_1\,(a_1 - Ea) + p_2\,(a_2 - Ea) + p_3\,(a_3 - Ea) + \ldots + p_m\,(a_m - Ea) = p_1 a_1 + p_2 a_2 + \ldots + p_m\,a_m - (p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_m)\,Ea.$$

И понеже $p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_m = 1$ (стр. 260),

$$E\,(a - Ea) = Ea - Ea = 0.$$

Вториятъ моментъ около математическото очакване е:

$$E\,(a - Ea)^2 = p_1\,(a_1 - Ea)^2 + p_2\,(a_2 - Ea)^2 + p_3\,(a_3 - Ea)^2 + \ldots + p_m\,(a_m - Ea)^2.$$

Чрезъ разкриване на скобитѣ, намираме по аналогиченъ начинъ:

$$E\,(a - Ea)^2 = Ea^2 - (Ea)^2.$$

Величината $\sqrt{E\,(a - Ea)^2}$ се нарича *априорно стандартно отклонение* и се означава съ буквата σ. Тя се явява като предѣлъ, къмъ който се стреми величината

$$\sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{N}(a_i - a')^2}{N-1}}$$

Сравнявайки тази формула съ формула [2], ние разбираме защо тамъ, въ знаменателя на подкоренната величина, би било по-правилно да фигурира N—1, вмѣсто N. Но, пакъ повтаряме, при що-годе значително N тази поправка нѣма практическо значение.

Априорното стандартно отклонение σ играе голѣма роля въ математическата статистика.

Следъ всички тѣзи пояснения, ние можемъ да се върнемъ къмъ прекѫснатото изложение. На стр. 259 ние установихме, че за извода на формулата за рационално мѣрене интензивностьта на връзката между два статистически реда, необходимо е да се допустне хомогенностьта на редоветѣ ξ и ψ, и че, въ дадения случай, това допущане се идентифицира съ изискването: „моментитѣ" на отдѣлнитѣ членове на реда да оставатъ константни, т. е.

$$E\,\xi_1 = E\,\xi_2 = E\,\xi_3 = \ldots = E\,\xi_N;$$
$$E\psi_1 = E\psi_2 = E\psi_3 = \ldots = E\,\psi_N$$
$$E\xi_1^2 = E\xi_2^2 = E\xi_3^2 = \ldots = E\xi^2_N;$$
$$E\psi_1^2 = E\psi_2^2 = E\psi_3^2 = \ldots = E\psi^2_N$$

и, изобщо, при всѣко цѣло и положително h,

$$E\,\xi_1^h = E\,\xi_2^h = E\,\xi_3^h = \ldots\, E\xi_N^h;$$
$$E\psi_1^h = E\psi_2^h = E\psi_3^h = \ldots\, E\psi_N^h$$

Това изискване ще е задоволено, ако всичкитѣ ξ иматъ единъ и сѫщъ *законъ на разпредѣлението;* сѫщо и всичкитѣ ψ.

Колкото се отнася до компонентитѣ e и ε, то, въ зависимость отъ това, дали тѣ сѫ хомогенни или не, нашиятъ изводъ получава единъ или другъ логически отсѣнъкъ. Въ случай, когато тѣхната хомогенность е доказана (въ горния смисълъ), изводътъ ни може да претендира на известна общовалидность, присѫща на естественитѣ закони.

Когато пъкъ липсва хомогенность, имаме право само да заключимъ, че въ течение на нашия редъ отъ наблюдения причинната връзка между ξ и ψ е била замъглена *срѣдно* до еди каква си степень. Макаръ да има основание да се предполага, че втория случай въ областьта на масовитѣ икономически явления представлява по-скоро правило, а първиятъ — по-често или по-рѣдко изключение, ние, все пакъ, приемаме въ по-нататъшното си изложение, че моментитѣ на e и ε оставатъ постоянни въ предѣлитѣ на наашата серия отъ наблюдения. Ние имаме това право, понеже може да се докаже, че въ *случай на нехомогенность на редоветѣ ξ ψ, e и ε, всички долуизведени формули оставатъ въ сила, само че, вмѣсто априорнитѣ стандартни отклонения, въ тѣхъ*