Предполагаме, че между X_1 и $У_1$, между X_2 и $У_2$, между X_3 и $У_3$ и т. н. съществува известна „свободна" зависимость и искаме да измѣримъ нейната интензивность. Изчисляваме, първо, срѣдно-аритметичнитѣ за първия редъ (нека бжде Mx) и за втория редъ (равна на My); изваждаме Mx отъ всѣки единъ членъ на първия редъ, а My отъ всѣки единъ членъ на втория редъ. Полученитѣ разлики ще означимъ съ малки букви x и y и съ сжщитѣ индекси на голѣмитѣ букви. Получаваме, по такъвъ начинъ, два нови, преобразувани редове, изразяващи последователнитѣ отклонения отъ срѣднитѣ:

първия редъ: $x_1, x_2, x_3, \ldots x_N$;

втория редъ: $y_1, y_2, y_3, \ldots y_N$.

Сега си задаваме въпроса: каква ще бжде формулата за връзката между x_1 и y_1, x_2 и y_2, x_3 и $y_3, \ldots x_i$ и y_i и т. н., ако

1-о — тази връзка (зависимость) може да се изрази чрезъ цѣла рационална функция отъ първа степень (линейна функция),

2-о — тази функция остава една и сжща за всички N чифта членове отъ двата реда, и

3-о — къмъ нашия случай може да се приложи тъй наречения „методъ на най-малкитѣ квадрати".

Казано съ други думи, ние предполагаме, че връзката между произволния, i-тия членъ отъ първия редъ x_i, и съответния, i-тия членъ отъ втория редъ y_i (i може да е равно на 1, 2, 3, 4 . . . . N), се изразява съ формула: $y_i = a_1 + b_1 x_i$ или пъкъ съ формула

$$x_i = a_2 + b_2 y_i.$$

Тукъ коефициентитѣ a_1, b_1, a_2 и b_2 сж константи („параметри") на уравнението, и ние предполагаме, че тѣ оставатъ неизмѣнни за всичкитѣ N чифта наблюдения. Понеже значенията на всичкитѣ членове отъ двата реда сж ни известни, ние разполагаме за изчисляване на 4-тѣ неизвестни параметри a_1, b_1, a_2, b_2 съ 2 N уравнения: N уравнения за изчисляването на a_1 и b_1 и N уравнения за намирането на a_2 и b_2. Въ повечето случаи тѣзи уравнения ще се окажатъ взаимно *несъвмѣстими*, като всѣка група отъ 4 уравнения ще дава други числени значения на търсенитѣ a_1, b_1, a_2 и b_2. За да се избѣгне това вжтрешно противоречие, ние прибѣгваме къмъ тъй наречения „методъ на най-малкитѣ квадрати". Тогава разсжждаваме по следния начинъ.

Нека въ уравнението $y_i = a_1 + b_1 x_i$ величинитѣ a_1 и b_1 иматъ *произволни* значения a_1' и b_1'. Въ тоя случай, естествено, дѣсната часть на нашето уравнение не може да бжде равна на лѣвата. Ако означимъ разликата имъ чрезъ e_i, очевидно е, че

$$y_i - a_1' - b_1' x_i = e_i,$$

и че e_i може да се смѣта като грѣшка на нашето опредѣление на a_1 и b_1.

Търсимъ сега такива значения на a_1' и b_1', щото *сборътъ на квадратитѣ* на грѣшкитѣ на всички N уравнения да бжде *най-малъкъ* (отъ тукъ идва и названието: „методъ на най-малкитѣ квадрати"), т. е.

$$\sum_{i=1}^{N} e_i^2 = \sum_{i=1}^{N} (y_i - a_1' - b_1' x_i)^2 = \text{минимумъ}\ ^{*}).$$

Така сложенъ въпросътъ, задачата за намирането на значенията a_1' и b_1' става математически напълно опредѣлена. Съгласно правилата на диференциалното смѣтане (приравняване на нула частнитѣ производни по a_1', по b_1' и т. н.), ние лесно извеждаме:

$$a_1' = 0; \qquad b_1' = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{N} x_i^2}$$

По сжщия начинъ отъ условното уравнение

$$\sum_{i=1}^{N} (e_i')^2 = \sum_{i=1}^{N} (x_i - a_2' - b_2' y_i)^2 = \text{минимумъ}$$

получаваме

$$a_2' = 0; \qquad b_2' = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{N} y_i^2}$$

Значенията a_1', a_2', b_1', b_2' не сж истинскитѣ значения на параметритѣ на оная функция, която *може би*, въ действителность, свързва x_i и y_i, а само приближенитѣ до тѣхъ стойности, получени чрезъ метода на най-малкитѣ квадрати. Ако бѣхме поставили като условие

$$\sum_{i=1}^{N} e_i^3 = \text{минимумъ, или} \sum_{i=1}^{N} e_i^4 = \text{минимумъ},$$

щѣхме да получимъ съвсемъ други значения.

Като означимъ геометрично-срѣдното отъ двата параметра b_1' и b_2' чрезъ r_{12}', ще имаме:

$$r_{12}' = \sqrt{b_1' \, b_2'} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i y_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 \sum_{i=1}^{N} y_i^2}} \qquad [1]$$

---

*) Знакътъ $\sum_{i=1}^{N}$ означава, че трѣбва да се вземе сбора, който да обхваща всички величини съ индекси 1, 2, 3, 4 и т. н., свършвайки съ индекса N. Напримѣръ: $\sum_{i=1}^{N} e_i^2 = e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + \ldots + e_N^2$.