А за коефициента на корелацията между редоветѣ 1, 2, 3, 4, 5, 6 ..... N и 1^3, 2^3, 3^3, 4^3, 5^3, 6^3 ..... N^3, при сжщитѣ условия, получаваме $r_{12}' = + 0{,}9512$*).

Но ако въ тѣзи случаи, дето ние имаме работа съ съвършена, по сжщината си, функционална зависимость между x и y, коефициента на корелацията извиква у насъ впечатление за „не съвсемъ пълна връзка", то, все пакъ, той дава доста значителна положителна величина. Обаче може да се получи и много по-лошъ резултатъ. Така, напримѣръ, ние изчисляваме $r_{12}=0$ за корелацията между x и Sin x, когато x представлява аритметична прогресия α, $\alpha+h$, $\alpha+2h$ ... $\alpha+Nh$, а втория редъ, следователно, е

$$\mathrm{Sin}\,\alpha,\ \mathrm{Sin}\,(\alpha+h),\ \mathrm{Sin}\,(\alpha+2\,h), \ldots \mathrm{Sin}\,(\alpha+N\,h),$$

и при условие, че последния редъ обгръща цѣло число пълни „вълни", или пъкъ N се стреми къмъ безкрайность.

Сжщо така, коефициента на корелацията е нула за редоветѣ на „грѣшкитѣ" и вѣроятноститѣ имъ при всѣки симетриченъ законъ на грѣшкитѣ, напр. Гаусовия, макаръ че вѣроятностьта на грѣшката тукъ е една точна функция на голѣмината й. Изобщо, получаваме нула въ всички случаи, когато единия редъ правилно расте споредъ аритметичната прогресия, а другия, отначало нараства въ една посока, а после, начиная отъ срѣдата на реда, симетрично се измѣня въ обратна посока. Така, напримѣръ, между съответнитѣ членове на следнитѣ два реда:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 и
1, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 5, 4, 3, 2, 1, 1

сжществува ясно изразена динамична връзка; обаче коефициента на корелацията имъ е точно равенъ на нула!

Най-сетне, още по-поучителенъ случай имаме съ коефициента на корелацията между Sin x и Sin y, когато x и y сж двѣ аритметични прогресии. Ако периодитѣ на дветѣ синусоиди сж различни, тогава получаваме $r_{12}'=0$, когато броя на членоветѣ въ редоветѣ се стреми къмъ безкрайность. Ако периодитѣ имъ сж еднакви, коефициента на корелацията е равенъ на косинуса отъ разликата въ фазитѣ на 2-тѣ синусоиди**), т. е. той може да приема всѣкакви значения въ предѣли отъ + 1 до —1. Вмѣсто да измѣримъ интензивностьта на връзката между двата реда, ние сме опредѣлили само една функция отъ разликата на 2 жгли!

Хипнозата на непредпазливо обобщения изводъ на коефициента на корелацията е толкова силна, че понѣкога заблуждава и голѣмитѣ специалисти. Така, напримѣръ, Д-ръ Е. Вагеманъ, редовенъ професоръ въ Берлинския университетъ и сжщевременно президентъ на Германския конюнктуренъ институтъ, на стр. 94 на известната си книга „Konjunkturlehre, Eine Grundlegung zur Lehre von Rhytmus der Wirtschaft" (Berlin 1928) пише изрично следното: „+1 на коефициента на корелацията означава пълно съвпадение, — 1, — пълна противоположность на движението (Gegenläufigkeit), а 0 *изразява пълното отсжтствие на каквато и да е динамична връзка* („das völlige Fehlen eines dynamischen Zusammenhanges"). Сжщата грѣшка се повтаря на стр. 105 въ английския преводъ на книгата му (Economic Rhytm, A Theory of Business Cycles, New Jork 1930) и малко въ друга формулировка на стр. 92 отъ неговата книга „Einführung in die Konjunkturlehre" (Leipzig 1929).

Разбира се, както посочва проф. G. Darmois въ отличната си работа „Analyse et Comparaison des séries statistiques qui se développent dans le temps" (Metron, vol. III, 1929, № 1—2), коефициента на корелацията (Darmois, следвайки Л. Маркъ, предпочита да го нарича „коефициентъ на коварицията") е само първия членъ въ редицата „индекси на линейностьта" (indices de linéarité), съ помощьта на които може да се даде едно пълно математическо описание на „ковариациитѣ". Взетъ, обаче, самъ за себе си, отдѣлно, коефициента на корелацията, както показахме преди малко, може да доведе, извънъ предѣлитѣ на легитимното си приложение, до голѣма обърканость.

Неговото приложение може да стане особено опасно въ областьта на икономическата статистика и, въ частность, въ областьта на конюнктурната статистика, която е ималъ предъ видъ проф. Вагеманъ въ цитираната негова книга. Работата е тамъ, че теорията на корелацията е била разработена отъ Галтонъ, Карлъ Пирсонъ и школата му въ приложение къмъ биологичнитѣ изследвания и само впоследствие англо-сакситѣ започнали широко да прилагатъ коефициента на корелацията въ всички области на социалната статистика. Между това, преобладаването въ икономическата статистика на редове, измѣняващи се въ времето, създава тукъ една съвсемъ друга обстановка и прави необходима значителна модификация на цѣлата теория. На този въпросъ азъ посветихъ отдѣлно изследване (цитираната горе книга: Die Korrelationsrechnung etc.), къмъ което може да се обърне читателя. Тукъ ще се огранича само съ една кжса забележка: невнимателното прилагане на обикновения коефициентъ на корелацията къмъ „временнитѣ" редове често прилича на раздѣляне на отдѣлни квадратчета на единъ филмъ, снетъ, напр., отъ една танцуваща балетна двойка. Изследвачътъ обединява, отначало, въ една група всичкитѣ снимки, кждето кавалера стои върху пода съ двата крака и търси да намѣри „срѣдната" поза на неговата дама. После образува друга група снимки, въ които дѣсния кракъ на кавалера е дигнатъ въ въздуха и намира пакъ „срѣдната" позиция на дамата; сетне прави сжщото за снимкитѣ, кждето въ въздуха е лѣвия кракъ на кавалера, кждето кавалера се е отдѣлилъ напълно отъ земята и т. н., и т. н. Можемъ да си представимъ колко полезни за

*) Глед. Korrelationsrechnung, стр. 39.
**) Доказателството вж. Korrelationsrechnung, стр. 105.