

към безкрайност. Аналогично е положението и при други функционални форми на тенденцията.

Въпреки това е възможно да се определи дисперсията на конкретен динамичен ред, а следователно - и коефициентът на автодетерминация, ако се вземе под внимание обстоятелството, че на практика редовете не са безкрайни, а имат точно определена дължина. Тогава е възможно да се изчисли и дисперсията на реда, която ще има крайна стойност.

В конкретния случай ще използваме един от най-често прилаганите филтри - първите разлики, като се има предвид, че той не е единственият възможен⁵. Нека е налице един нестационарен динамичен ред, интегриран от първи порядък (ред, който се трансформира в стационарен с помощта на първите последователни разлики):

$$y_t = y_{t-1} + g_t + \varepsilon_t,$$

където:

g_t е стационарният систематичен компонент на реда.

Тази спецификация е гъвкава, тъй като позволява да се трансформира в различни функционални форми, като се подберат съответните спецификации на компонента g_t .

Например:

- ако g_t се дефинира като

$$g_t = 0,$$

се получава „случаян ход“:

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t;$$

- ако се дефинира:

$$g_t = \mu = \text{const},$$

се получава процес от типа „случаян ход с изместване“:

$$y_t = y_{t-1} + \mu + \varepsilon_t,$$

който се характеризира с тенденция едновременно в математическото очакване и дисперсията на реда;

- ако се дефинира:

$$g_t = \mu - \varepsilon_{t-1},$$

се получава (след рекурсивна субституция) обикновен линеен тренд:

$$y_t = y_{t-1} + \mu - \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t = \dots = y_0 + t \cdot \mu + \varepsilon_t,$$

при който:

$$b = \mu \text{ и } a = y_0.$$

Двата компонента на y_t са:

- систематичен: $G_t = y_{t-1} + g_t;$
- случаен: $\varepsilon_t.$

Дисперсията на процеса може да се разложи като:

$$\begin{aligned}\sigma_y^2 &= \sigma^2(y_{t-1} + g_t + \varepsilon_t) = \\ &= \sigma^2(y_{t-1} + g_t) + \sigma^2(\varepsilon_t),\end{aligned}$$

където:

$\sigma_g^2 = \sigma^2(y_{t-1} + g_t)$ е систематичната дисперсия;

$\sigma_\varepsilon^2 = \sigma^2(\varepsilon_t)$ - случаената дисперсия.

⁵ Използвам този филтър, тъй като той има най-простата функционална форма. Напълно е възможно да се използват и други филтри - Ходрик - Прескът, Бакстър - Кинг и т.н. Добър обзор на методите за филтрация има например при Планас (Planas, 1997). Тяхната форма е по-сложна, което води и до по-трудоемко извеждане на коефициента на автодетерминация. Крайният резултат обаче е приложим независимо от вида на използвания филтър.