

лема на Ито. Аналог на лемата на Ито за многомерен процес е многомерната формула на Ито.

Нека

$$dX_1(t) = u_1(t)dt + v_{11}(t)dB_1(t) + \dots + v_{1m}(t)dB_m(t)$$

⋮

$$dX_n(t) = u_n(t)dt + v_{n1}(t)dB_1(t) + \dots + v_{nm}(t)dB_m(t)$$

Имаме $dX(t) = udt + vdB(t)$, където $X(t) = (X_1(t), \dots, X_n(t))'$, $u = (u_1, \dots, u_n)'$, $v = \|v_{ij}(t)\|$, а $dB(t) = (dB_1(t), \dots, dB_m(t))'$. Тогава $X(t)$ е n -мерен процес на Ито. Нека $g(t, x) = (g_1(t, x), \dots, g_p(t, x)) \in C^2([0, \infty) \times R^n)$, т. е. $g(t, x) : [0, \infty) \times R^n \rightarrow R^p$. Тогава процесът $Y(t) = g(t, X(t))$ е отново процес на Ито с компонентата Y_k , задавана с уравнението:

$$dY_k = \frac{\partial g_k}{\partial t}(t, x)dt + \sum_i \frac{\partial g_k}{\partial x_i}(t, x)dX_i(t) + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{\partial^2 g_k}{\partial x_i \partial x_j}(t, x)dX_i(t)dX_j(t). \quad (15)$$

Тук $dB_i dB_j = \delta_{ij} dt$, $dB_i dt = dt dB_i = 0$. Тук $\delta_{ij} = 1$ за $i = j$ и $\delta_{ij} = 0$ за $i \neq j$. Ние ще използваме случая, при който $k = 1$.

ПРИЛАГАНЕ НА ПРОЦЕДУРАТА КРЕДИТЕН СУАП ПО НЕУСТОЙКА

Изложената процедура прилагаме към един от разгледаните кредитни производни финансови инструменти - кредитния суап по неустойка.

Доходността на институцията, търсеца защита, в случай че основният актив претърпи неустойка по време на i -тия период, а банката, осигуряваща защита през j -тия период, се задава с равенство (2).

Тъй като фалитът на институцията, осигуряваща защита, е рядко събитие, $P_{M+1}^p \approx 1$. Тогава имаме:

$$R^{bsp}(i) = - \sum_{k=1}^{i-1} F_k e^{-r_k(t_k - t_0)} + D e^{-r_i(t_i - t_0)} 1_{\{i < M+1\}}. \quad (16)$$

Предполагаме, че $r_i(t)$ удовлетворява уравнението $dr_i(t) = a(m_{r_i} - r_i(t))dt + r_i(t)\sigma_{r_i} dB_{r_i}(t)$, т. е. имаме модел с връщане към очакваната стойност. Тук $i = 1, \dots, M$. Също имаме: a - константа; m_{r_i} - математическото очакване на $r_i(t)$; σ_{r_i} - стандартното отклонение на r_i . Избираме $r_i(t)$ за рисков фактор и прилагаме **формулата на Ито**. Има два случая. Първият случай е, когато $1_{\{i < M+1\}} = 1$, т. е. имаме фалит по време на срока до падежа на суапа. Тогава: