2. Намираме матрицата $A = \left\{ -\frac{1}{2} d_{rs}^2 \right\}$.

3. Намираме матрицата $H = I_n - \frac{1}{2} 11^T$.

4. Намираме собствените стойности $\lambda_1 ... \lambda_n$ и съответните собствени вектори $v_1 ... v_n$.

5. Сортираме собствените стойности $\lambda_{(1)} \geq ... \geq \lambda_{(n)}$.

6. Подреждаме собствените вектори $v_1 ... v_n$ в съответствие с подредбата на собствените стойности $\lambda_{(1)} ... \lambda_{(n)}$.

7. Образуваме матрицата от ненулевите собствени стойности, разположени по диагонала и всички други елементи, равни на нула $\Lambda_1 = diag(\lambda_1 ... \lambda_k)$ и съответната матрица от собствени вектори $V = (v_1 ... v_k)$.

8. Намираме решението $X = V_1 \Lambda_1^{\frac{1}{2}}$.

Размерността на пространството е равна на броя на ненулевите собствени стойности, а проекциите на точките по координатните оси в това пространство се получават в матрицата X.

ПРОКРУСТОВ АНАЛИЗ

Тук предполагаме, че са дадени две множества от еднакъв брой точки в Евклидово пространство. Размерността на тези множества от точки може да бъде различна. Целта на процедурата е да намери тази трансформация (ротация, транслация и хомотетия), която по най-добър начин изобразява едното множество в другото.

Нека множеството от точки $X^* = \{x_1 ... x_n\}, x_i \in \Re^p$ се изобразява в множеството $Y^* = \{y_1 ... y_n\}, y_i \in \Re^q$. Нека X и Y са матрици с колони съответно $\{x_i\}$ и $\{y_i\}$.

Първоначално матрицата X се допълва с необходимия брой колони $p - q$, така че двете множества да са в едно и също пространство. Тогава сумата от разстоянията между точките се дава чрез

$$R^2 = \sum_{r=1}^{n} (y_r - x_r)^T (y_r - x_r).$$

Да предположим, че точките от X^* са трансформирани в точките $x_r' = \rho A^T x_r + b$, където p е коефициентът на хомотетия, A е ортогонална матрица, определяща ротацията, и b е параметърът на транслация. Трябва да се намери тази трансформация, която минимизира

функцията $R^2 = \sum_{r=1}^{n} (y_r - \rho A^T x_r - b)^T (y_r - \rho A^T x_r - b)$.