показва броя на кредитните рейтинги.) Търсим матрицата на преходните вероятности за период 1 месец с точност $\varepsilon = \frac{1}{5}$ месеца, т. е. приблизително 6 дни. В този случай се прилага първата процедура. Имаме: $T = 12$ месеца, $t_0 = 1$ месец, $\varepsilon = \frac{1}{5}$ месеца, $k_1 = 4$, $t_1 = \frac{3}{4}$, $t_2 = t_0 - t_1 = \frac{1}{4}$, $k_2 = 6$, $t_4 = t_2 - t_3 = \frac{1}{16} < \frac{1}{5}$. Последното неравенство показва, че е постигната точността и за матрицата на вероятностите за преход получаваме: $A^1 = A^{\frac{3}{4}} A^{\frac{3}{16}}$.

Пример 2. За условна система от три кредитни рейтинга и същата матрица с вероятности за преход, както в случая на пример 1, при зададена точност $\varepsilon = \frac{1}{30}$ (т. е. приблизително 1 ден) да се намери матрицата с вероятности за преход за 3.5 години, т. е. за 42 месеца A^{42}. В този случай последователно имаме: $T = 12$ месеца, $t_0 = 42$ месеца, $\varepsilon = \frac{1}{30}$, $k_1 = 2$, $t_1 = 24$, $t_2 = t_0 - t_1 = 18$. Понеже $t_2 > \varepsilon$ и $t_2 > T$, процедурата продължава. Определяме: $k_2 = 1$, $t_3 = 12$, $t_4 = t_2 - t_3 = 6$. Тъй като $t_3 > \varepsilon$, но $t_3 < T$, процедурата продължава, но вече за случая на период, помалък от основния. Намираме: $k_3 = 1$, $t_5 = 6 = t_4$ и процедурата за определяне на периодите завършва. За матрицата на преходните вероятности имаме: $A^{42} = A^{24} A^{12} A^{6}$.

ДОКАЗАТЕЛСТВА

Доказателство на теорема 1:

Нека $C = BB$. За диагоналните елементи на матрицата C имаме:

$$c_{ii} = \sum_{k=1}^{n} b_{ik} b_{ki} = b_{ii}^2 + \sum_{k=1, k\neq i}^{n} b_{ik} b_{ki} = \left(a_{ii} + \frac{1}{2} \sum_{j=1, j\neq i}^{n} a_{ij} \right)^2 + \sum_{k=1, k\neq i}^{n} b_{ik} b_{ki} = a_{ii}^2 + a_{ii} \sum_{j=1, j\neq i}^{n} a_{ij} +$$

$$+ \frac{1}{4} \left(\sum_{j=1, j\neq i}^{n} a_{ij} \right)^2 + \sum_{k=1, k\neq i}^{n} \frac{a_{ik} a_{ki}}{4} .$$

Понеже a_{ij} са малки числа за $i \neq j$, последните две събираеми в горното равенство могат да се пренебрегнат. Получаваме:

$$c_{ii} \approx (1 - \varepsilon_i)^2 + (1 - \varepsilon_i)\, \varepsilon_i = 1 - 2\varepsilon_i + \varepsilon_i^2 + \varepsilon_i - \varepsilon_i^2 = 1 - \varepsilon_i = a_{ii} \cdot$$