Supposons avoir jeté en même temps m dés blancs et n dés rouges. Désignons par U le nombre total de points des dés rouges et par W — celui des dés blancs. Admettons $X = U + W$.

Nous laissons les dés blancs sur la table et jetons les rouges pour la seconde fois. Nous désignons par T le nouveau nombre total de points des dés rouges et écrivons $Y = W + T$.

On cherche le coefficient de corrélation à priori de X avec Y.

On a évidemment $W = \xi = \psi$; $U = e$; $T = \varepsilon$; la liaison entre ξ et ψ est linéaire, e, ε et ξ sont réciproquement indépendants, et par conséquent:

$$r_{12} = q_1 \, q_2$$

Nous désignons par σ l'écart-type du nombre des points d'un dé. Vu l'indépendance des résultats de la partie pour les différents dés, on a:

$$\sigma_\xi{}^2 = m\,\sigma^2;\; \sigma_\psi{}^2 = m\,\sigma^2;\; \sigma_x{}^2 = \sigma_y{}^2 = (m+n)\,\sigma^2$$

En introduisant ces valeurs dans la formule relative à r_{12} et en éliminant σ^2, nous obtenons:

$$r_{12} = \sqrt{\frac{m}{m+n}}\,\sqrt{\frac{m}{m+n}} = \frac{m}{m+n}.$$

Le coefficient de corrélation de X avec Y est égal, par conséquent, à la fréquence des dés blancs parmi tous les dés. Et puisque le nombre des dés blancs est, pour ainsi dire, le nombre des „causes générales“ pour chaque couple d'observations, tandis que le nombre total des dés blancs et rouges est le „nombre de toutes les causes“, le résultat obtenu prend un sens net. La formule $\frac{m}{m+n}$ a été déduite en son temps par A. M. *Darbishire* (voir Mem. and Proc. of the Manchester Lit. and Phil. Soc. Vol. LI, 1907).

Si le nombre des dés blancs figurant dans X et Y est différent et égal respectivement à n et l, nous revenons à la formule plus générale de Tchouproff:

$$r_{12} = \frac{m}{\sqrt{m+n}\,\sqrt{m+l}}$$ (voir Tchouproff 57; Darmois 203).

Le cas peut se généraliser encore davantage.

Nous avons un coffret contenant N dés au total. Nous en tirons „au hasard“ $N_1 = (m_1 + n_1)$ dés que nous jetons sur la table et marquons le nombre total X des points. Nous remettons dans le coffrent n_1 dés, nous en tirons et ajoutons à chacun des m_1 dés restés sur la table $(b-1)$ dés ayant chacun le même nombre de points; nous tirons du coffret encore n_2 nouveaux dés et les jetons sur la table.

Nous désignons par Y la somme des points des $m_1 + (b-1)\,m_1 + n_2$ dés se trouvant sur la table.

On cherche le coefficient de corrélation à priori de X avec Y.

Si l'on introduit la notation:

$m_1 + (b-1)\,m_1 = b\,m_1 = m_2$ et $m_2 + n_2 = N_2$

on obtient sans trop d'effort la formule générale:

$$r_{12} = \sqrt{\frac{m_1}{m_1+n_1}}\,\sqrt{\frac{m_2}{m_2+n_2}}\,\sqrt{\frac{m_1}{N_1}}\,\sqrt{\frac{m_2}{N_2}}$$

En divisant les numérateurs et les dénominateurs des grandeurs sous racine par N et en posant:

$\frac{m_1}{N} = p_1$; $\frac{n_1}{N} = p_2$; $\frac{m_2}{N} = p_3$; (p_3 étant évidemment égal à bp_1) et $\frac{n_2}{N} = p_4$,

la formule prend la forme suivante:

$$r_{12} = \sqrt{\frac{p_1}{p_1+p_2}}\,\sqrt{\frac{p_3}{p_3+p_4}} = \sqrt{\frac{p_1}{p_1+p_2}}\,\sqrt{\frac{b\,p_1}{b\,p_1+p_4}}$$

Les coefficients p_1, p_2, p_3 et p_4 ont un caractère de probabilités mathématiques. La formule a certaine ressemblance avec la formule à la page 240 de l'ouvrage de Darmois: „Statistique mathématique“.