

отхвърляме въ нея всички цифри на дѣсно отъ точката въ индекситѣ на β):

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{01} - \beta_{01} - \beta_{02} \gamma_{12} - \beta_{03} \gamma_{13} - \dots - \beta_{0n} \gamma_{1n} &= 0 \\ \gamma_{02} - \beta_{01} \gamma_{12} - \beta_{02} - \beta_{03} \gamma_{23} - \dots - \beta_{0n} \gamma_{2n} &= 0 \\ \gamma_{03} - \beta_{01} \gamma_{13} - \beta_{02} \gamma_{23} - \beta_{03} - \dots - \beta_{0n} \gamma_{3n} &= 0 \\ \dots &\dots \\ \gamma_{0n} - \beta_{01} \gamma_{1n} - \beta_{02} \gamma_{2n} - \beta_{03} \gamma_{3n} - \dots - \beta_{0n} &= 0 \end{aligned} \right\} [21]$$

Коефициентитѣ γ сж априорни коефициенти на корелацията. Тѣхнитѣ индекси посочватъ нумерата на редоветѣ, за които се отнасятъ. Така, напримѣръ, γ_{01} е коефициента на корелацията за редоветѣ № 0 и № 1; γ_{12} е коефициента на корелацията за редоветѣ № 1 и 2 и т. н.

Съ система [21] си служимъ по следния начинъ.

Ако въ дѣсната частъ на уравнение [18] стои само една промѣнлива $x_i^{(1)}$ съ своя коефициентъ b_{01} , сжществуватъ само едно едничко β_{01} и едно едничко γ_{01} . Всички останали коефициенти на система [21] се обръщатъ на нули и ние имаме:

$$\gamma_{01} - \beta_{01} = 0; \text{ а оттукъ } \beta_{01} = \gamma_{01}.$$

Ако уравнение [18] има видъ:

$x_i^{(0)} = b_{01} x_i^{(1)} + b_{02} x_i^{(2)} + e_i$, тогава оставатъ реални само коефициентитѣ γ_{01} , γ_{02} и γ_{12} . Всички останали ставатъ нули и ние имаме две уравнения:

$$\begin{aligned} \gamma_{01} - \beta_{01.2} - \beta_{02.1} \gamma_{12} &= 0 \\ \gamma_{02} - \beta_{01.2} \gamma_{12} - \beta_{02.1} &= 0 \end{aligned}$$

Оттукъ получаваме:

$$\beta_{01.2} = \frac{\gamma_{01} - \gamma_{02} \gamma_{12}}{1 - \gamma_{12}^2} \text{ и } \beta_{02.1} = \frac{\gamma_{02} - \gamma_{01} \gamma_{12}}{1 - \gamma_{12}^2} [22]$$

Ако уравнение [18] има видъ

$x_i^{(0)} = b_{01} x_i^{(1)} + b_{02} x_i^{(2)} + b_{03} x_i^{(3)} + e_i$, тогава коефициентитѣ $\beta_{01.23}$, $\beta_{02.13}$, $\beta_{03.12}$ се намиратъ отъ следната система отъ 3 уравнения:

$$\begin{aligned} \gamma_{01} - \beta_{01.23} - \beta_{02.13} \gamma_{12} - \beta_{03.12} \gamma_{13} &= 0 \\ \gamma_{02} - \beta_{01.23} \gamma_{12} - \beta_{02.13} - \beta_{03.12} \gamma_{23} &= 0 \\ \gamma_{03} - \beta_{01.23} \gamma_{13} - \beta_{02.13} \gamma_{23} - \beta_{03.12} &= 0 \text{ и т. н.} \end{aligned}$$

Съ помощта на детерминантитѣ може лесно да се даде общото решение на система [21]. На практика, обаче, по-удобно е да се изчисляватъ коефициентитѣ β , преминавайки отъ случай съ 3 промѣнливи къмъ случай съ 4 промѣнливи; отъ 4 промѣнливи къмъ 5 и т. н. Формулитѣ запазватъ, при това, една и сжща структура: за произволнитѣ редове № № i, k, l, m и т. н. имаме:

$$\beta_{ik.l} = \frac{\gamma_{ik} - \gamma_{il} \gamma_{lk}}{1 - \gamma_{lk} \gamma_{kl}} \quad (\text{при това } \gamma_{lk} = \gamma_{kl}) [23]$$

$$\beta_{ik.lm} = \frac{\beta_{ik.m} - \beta_{il.m} \beta_{kl.m}}{1 - \beta_{ik.m} \beta_{kl.m}} = \frac{\beta_{ik.l} - \beta_{il.m} \beta_{mk.l}}{1 - \beta_{mk.l} \beta_{kl.m}}$$

(Тукъ $\beta_{ik.m}$ не е вече равно на $\beta_{kl.m}$ и $\beta_{mk.l}$ не е равно на $\beta_{kl.m}$).

$\beta_{ik.lmn}$ се конституира отъ $\beta_{ik.lm}$ по сжщия начинъ, както $\beta_{ik.lm}$ е построено отъ $\beta_{ik.l}$ и т. н.

Въ по-нататъшното си изложение ние ще отхвърляме всичкитѣ цифри на дѣсно отъ точката въ индекситѣ на β , когато въ тѣхъ би трѣбвало да влѣзатъ нумерата на всички n реда на система [14]. Вмѣсто $\beta_{01.2345 \dots n}$, ще пишемъ само β_{01} , вмѣсто $\beta_{0j.1234 \dots n}$ — само β_{0j} и т. н.

Уравнение [18], следъ като поставиме въ него значение [20], приема следния видъ:

$$x_i^{(0)} = \frac{\sigma_0}{\sigma_1} \beta_{01} x_i^{(1)} + \frac{\sigma_0}{\sigma_2} \beta_{02} x_i^{(2)} + \dots + \frac{\sigma_0}{\sigma_n} \beta_{0n} x_i^{(n)} + e_i [24]$$

или, което е едно и сжщо:

$$\frac{x_i^{(0)}}{\sigma_0} = \beta_{01} \frac{x_i^{(1)}}{\sigma_1} + \beta_{02} \frac{x_i^{(2)}}{\sigma_2} + \dots + \beta_{0n} \frac{x_i^{(n)}}{\sigma_n} + \frac{e_i}{\sigma_0} [25]$$

Сега можемъ да си зададемъ въпроса: какъ да се прецени въ система [14] интензивността на връзката между членоветѣ на нулевия редъ, отъ една страна, и членоветѣ на нѣкой другъ, j -овия редъ, отъ друга страна, доколкото тази връзка може да се установи възъ основа на системата равенства отъ типъ [18], т. е. доколкото *тази връзка не зависи отъ връзката между j -ия редъ и другитѣ редове, сжщо така влияющи на реда № 0*.

Отъ [16] имаме

$$X_i^{(0)} = b_{01} X_i^{(1)} + b_{02} X_i^{(2)} + b_{03} X_i^{(3)} + \dots + b_{0j} X_i^{(j)} + b_{0n} X_i^{(n)} + E_i [26]$$

Горниятъ въпросъ *математически* може да се формулира, както следва: какви значения биха имали членоветѣ на нулевия редъ, ако всички членове на система [14], освенъ редътъ № j , биха запазвали голѣмината си постоянна въ течение на всички N наблюдения, т. е. ако за всѣко i

$$b_{01} X_i^{(1)} + b_{02} X_i^{(2)} + \dots + b_{0(j-1)} X_i^{(j-1)} + b_{0(j+1)} X_i^{(j+1)} + \dots + b_{0n} X_i^{(n)} = C = \text{Const.}$$

Тогава бихме имали:

$$X_i^{(0)} = b_{0j} X_i^{(j)} + E_i + C.$$

Като извадимъ отъ този изразъ математическитѣ очаквания на дветѣ части на уравнението и като знаемъ, че математическото очакване на една постоянна величина е равно на самата нея, ще получимъ:

$$X_i^{(0)} - E X^{(0)} = b_{0j} (X_i^{(j)} - E X^{(j)}) + (E_i - E E) + (C - C);$$

или окончателно

$$x_i^{(0)} = b_{0j} x_i^{(j)} + e_i [27].$$

(Да се има предъ видъ, че стандартнитѣ отклонения на величинитѣ $x_i^{(0)}$ и e_i въ уравнение [27] не сж сжщитѣ, както въ уравнение [18]).

Отъ друга страна, *разсжждавайки чисто математически*, ние бихме могли да изведемъ въ система [14] на първото мѣсто реда № j ,