

А за коефициента на корелацията между редовете 1, 2, 3, 4, 5, 6 N и $1^3, 2^3, 3^3, 4^3, 5^3, 6^3 N^3$, при същитѣ условия, получаваме $r_{12}' = + 0,9512^*$.

Но ако въ тѣзи случаи, дето ние имаме работа съ свършена, по сжщината си, функционална зависимостъ между x и y, коефициента на корелацията извиква у насъ впечатление за „не съвсемъ пълна връзка“, то, все пакъ, той дава доста значителна положителна величина. Обаче може да се получи и много по-лошъ резултатъ. Така, напримѣръ, ние изчисляваме $r_{12} = 0$ за корелацията между x и $\sin x$, когато x представлява аритметична прогресия $\alpha, \alpha+h, \alpha+2h . . . \alpha+Nh$, а втория редъ, следователно, е

$\sin \alpha, \sin (\alpha+h), \sin (\alpha+2h), . . . \sin (\alpha+Nh)$,

и при условие, че последния редъ обгръща цѣло число пълни „вълни“, или пъкъ N се стреми къмъ безкрайностъ.

Сжщо така, коефициента на корелацията е нула за редовете на „грѣшките“ и вѣроятноститѣ имъ при всѣки симетриченъ законъ на грѣшките, напр. Гаусовия, макаръ че вѣроятността на грѣшката тукъ е една точна функция на голѣмината ѝ. Изобщо, получаваме нула въ всички случаи, когато единия редъ правилно расте споредъ аритметичната прогресия, а другия, отначало нараства въ една посока, а после, начиная отъ срѣдата на реда, симетрично се измѣня въ обратна посока. Така, напримѣръ, между съответнитѣ членове на следнитѣ два реда:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 и

1, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 5, 4, 3, 2, 1, 1

сжществува ясно изразена динамична връзка; обаче коефициента на корелацията имъ е точно равенъ на нула!

Най-сетне, още по-поучителенъ случай имаме съ коефициента на корелацията между $\sin x$ и $\sin y$, когато x и y сж двѣ аритметични прогресии. Ако периодитѣ на дветѣ синусоиди сж различни, тогава получаваме $r_{12}' = 0$, когато броя на членовете въ редовете се стреми къмъ безкрайностъ. Ако периодитѣ имъ сж еднакви, коефициента на корелацията е равенъ на косинуса отъ разликата въ фазитѣ на 2-тѣ синусоиди**), т. е. той може да приема всѣкакви значения въ предѣли отъ + 1 до -1. Вмѣсто да измѣримъ интензивността на връзката между двата реда, ние сме опредѣлили само една функция отъ разликата на 2 жгли!

Хипнозата на непредпазливо обобщения изводъ на коефициента на корелацията е толкова силна, че понѣкога заблуждава и голѣмитѣ специалисти. Така, напримѣръ, Д-ръ Е. Вагеманъ, редовенъ професоръ въ Берлинския университетъ и сжщевременно президентъ на Германския конюнктуренъ институтъ, на стр. 94 на известната си книга „Konjunkturlehre, Eine Grundlegung zur Lehre von Rhythmus der Wirtschaft“ (Berlin 1928) пише изрично следното:

„+1 на коефициента на корелацията означава пълно съвпадение, — 1, — пълна противоположностъ на движението (Gegenläufigkeit), а 0 изразява пълното отсъствие на каквато и да е динамична връзка („das völlige Fehlen eines dynamischen Zusammenhanges“). Сжщата грѣшка се повтаря на стр. 105 въ английския преводъ на книгата му (Economic Rhythm, A Theory of Business Cycles, New York 1930) и малко въ друга формулировка на стр. 92 отъ неговата книга „Einführung in die Konjunkturlehre“ (Leipzig 1929).

Разбира се, както посочва проф. G. Darrois въ отличната си работа „Analyse et Comparaison des séries statistiques qui se développent dans le temps“ (Metron, vol. III, 1929, № 1—2), коефициента на корелацията (Darrois, следвайки Л. Маркъ, предпочита да го нарича „коефициентъ на ковариацията“) е само първия членъ въ редицата „индекси на линейността“ (indices de linéarité), съ помощта на които може да се даде едно пълно математическо описание на „ковариациитѣ“. Взетъ, обаче, самъ за себе си, отдѣлно, коефициента на корелацията, както показахме преди малко, може да доведе, извънъ предѣлитѣ на легитимното си приложение, до голѣма обърканостъ.

Неговото приложение може да стане особено опасно въ областта на икономическата статистика и, въ частностъ, въ областта на конюнктурната статистика, която е ималъ предъ видъ проф. Вагеманъ въ цитираната негова книга. Работата е тамъ, че теорията на корелацията е била разработена отъ Галтонъ, Карлъ Пирсонъ и школата му въ приложение къмъ биологичнитѣ изследвания и само впоследствие англо-сакситѣ започнали широко да прилагатъ коефициента на корелацията въ всички области на социалната статистика. Между това, преобладаването въ икономическата статистика на редове, измѣняващи се въ времето, създава тукъ една съвсемъ друга обстановка и прави необходима значителна модификация на цѣлата теория. На този въпросъ азъ посветихъ отдѣлно изследване (цитираната горе книга: Die Korrelationsrechnung etc.), къмъ което може да се обърне читателя. Тукъ ще се ограничи само съ една кжса забележка: невнимателното прилагане на обикновения коефициентъ на корелацията къмъ „временнитѣ“ редове често прилича на раздѣляне на отдѣлни квадратчета на единъ филмъ, снетъ, напр., отъ една танцуваща балетна двойка. Изследвачътъ обединява, отначало, въ една група всичкитѣ снимки, кждето кавалера стои върху пода съ двата крака и търси да намѣри „срѣдната“ поза на неговата дама. После образува друга група снимки, въ които дѣсниятъ кракъ на кавалера е дигнатъ въ въздуха и намира пакъ „срѣдната“ позиция на дамата; сетне прави сжщото за снимкитѣ, кждето въ въздуха е лѣвия кракъ на кавалера, кждето кавалера се е отдѣлил напълно отъ земята и т. н., и т. н. Можемъ да си представимъ колко полезни за

*) Глед. Korrelationsrechnung, стр. 39.

**) Доказателството вж. Korrelationsrechnung, стр. 105.